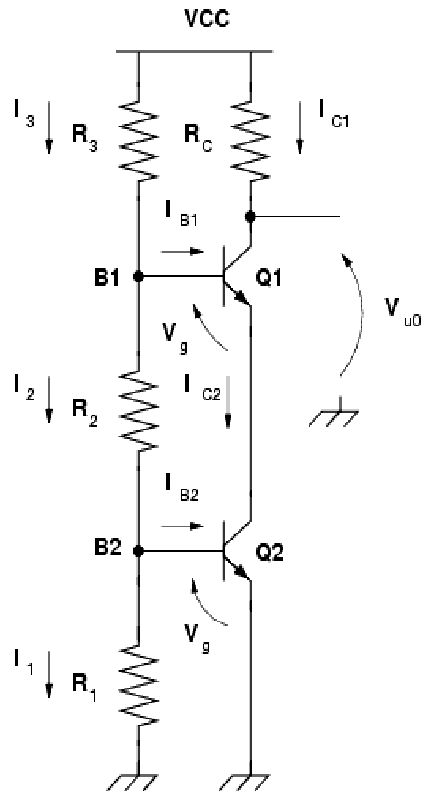
Fondamenti di Elettronica B/BC – A.A. 2008/2009
Correzione Prova n°2 del 05/02/09

Esercizio 1

Ipotesi iniziale: Tutti i transistori bipolari in Zona Attiva Diretta

$$V_{BE1} = V_{BE2} = V_g = 0.7\,V$$



Applicando il principio di Kirchoff ai nodi B2 e B1

$$I_2 = I_{B2} + I_1 \qquad (1)$$

$$I_3 = I_{B1} + I_2 \qquad (2)$$

Inoltre

$$I_1 = \frac{V_g}{R_1} \qquad (3)$$

Su Q2 , si ha

$$I_{C2} = I_{E1} = \beta_F I_{B2} \qquad (4)$$

mentre su Q1 si ha

$$I_{E1} = I_{C2} = (\beta_F + 1) I_{B1} \qquad (5)$$

Unendo la (4) e la (5)

$$I_{B2} = \frac{(\beta_F + 1)}{\beta_F} I_{B1} \qquad (6)$$

Sul percorso costituito da R1, R2 e R3 si può scrivere

$$VCC - R_3 I_3 - R_2 I_2 - V_g = 0 \qquad (7)$$

Mettendo a sistemale equazioni (1), (2), (3), (6) e (7) e risolvendo rispetto a I_{B1}

$$\begin{cases} I_2 = I_{B2} + I_1 \\ I_3 = I_{B1} + I_2 \\ I_1 = \dfrac{V_g}{R_1} \\ I_{B2} = \dfrac{(\beta_F + 1)}{\beta_F} I_{B1} \\ VCC - R_3 I_3 - R_2 I_2 - V_g = 0 \end{cases} \qquad (8)$$

si ottiene

$$I_{B1} = 5.82\,\mu A \qquad (9)$$

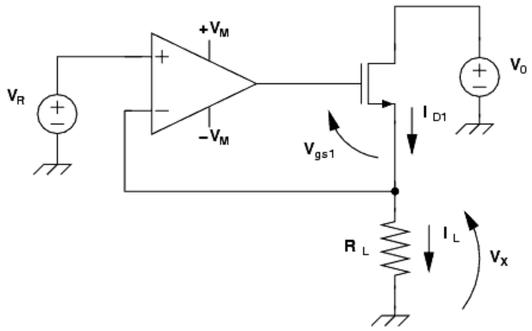
quindi

$$V_{u0} = VCC - R_C I_{C1} = VCC - R_C \beta_F I_{B1} = 3.5\,V \qquad (10)$$

Esercizio 2

Ipotesi iniziali:

- Amplificatore operazionale in zona di alto guadagno: da verificare $-V_M < V_{OA} < +V_M$
- M1 in saturazione: da verificare che $V_{ds1} > V_{gs1} - V_{TH}$



Per il cortocircuito virtuale $V_X = V_R$ quindi

$$I_L = I_{D1} = \frac{V_L}{R_L} = \frac{V_R}{R_L} = 2.27\,mA \qquad (1)$$

Dalla legge quadratica che regola la corrente di drain di M1 in saturazione

$$I_{D1} = \frac{1}{2}\beta_1 (V_{gs1} - V_{TH})^2 \rightarrow V_{gs1} = V_{TH} + \sqrt{\frac{2I_{D1}}{\beta_1}} = 1.95\,V \qquad (2)$$

Pertanto

$$V_{OA} = V_X + V_{gs1} = V_R + V_{gs1} = 3.2\,V \quad (3)$$

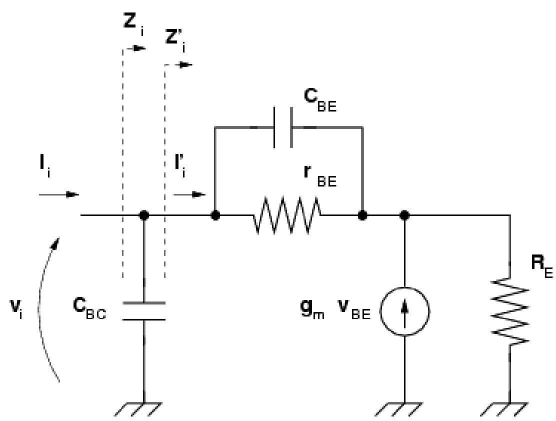
Il valore ottenuto è in accordo con l'ipotesi secondo la quale l'op.amp. è in zona di alto guadagno; occorre verificare l'ipotesi fatta su M1:

$$V_{ds1} = V_0 - V_X = V_0 - V_R = 1.1\,V > V_{gs1} - V_{TH} = 0.75\,V \qquad (4)$$

Esercizio 3

Ipotesi iniziale: transistore bipolare in zona attiva diretta.

Il circuito per piccoli segnali diviene:



Dai valori di β_F e g_m si ricava il valore di r_{BE} come segue:

$$r_{BE}=\frac{\beta_F}{g_m}=5\,k\,\Omega \qquad (1)$$

Il calcolo dell'impedenza di ingresso può essere scomposto in due parti; in riferimento alla figura si può osservare che

$$Z_i=Z'_i // Z_{BC} \qquad (2)$$

Nella quale Z_{BC} è l'impedenza associata alla capacità C_{BC} mentre Z'_i rappresenta l'impedenza della seconda porzione di circuito ed è definita come

$$Z'_i=\frac{v_i}{i'_i} \qquad (3)$$

In particolare, definendo

$$Z_{BE}=\frac{1}{\frac{1}{r_{BE}}+sC_{BE}}=\frac{r_{BE}}{1+sC_{BE}r_{BE}} \qquad (4)$$

si ha

$$i'_i=\frac{v_{BE}}{Z_{BE}} \qquad (5)$$

Facendo il bilancio delle correnti al nodo E:

$$\frac{v_{BE}}{Z_{BE}}+g_m v_{BE}=i_E \qquad (6)$$

$$i_E=v_{BE}\left(g_m+\frac{1}{Z_{BE}}\right) \qquad (7)$$

sulla base di ciò

$$v_i=v_{BE}+R_E\,i_E=v_{BE}+v_{BE}R_E\left(g_m+\frac{1}{Z_{BE}}\right)=v_{BE}\left[1+R_E\left(g_m+\frac{1}{Z_{BE}}\right)\right] \qquad (8)$$

quindi

$$Z'_i=\frac{v_i}{i'_i}=Z_{BE}\left[1+R_E\left(g_m+\frac{1}{Z_{BE}}\right)\right]=Z_{BE}+R_E\left(g_m Z_{BE}+1\right) \qquad (9)$$

Unendo la (4) e la (9) e ricordando la (1) si ottiene

$$Z'_i=\frac{r_{BE}}{1+sC_{BE}r_{BE}}+R_E\left(g_m\frac{r_{BE}}{1+sC_{BE}r_{BE}}+1\right)=\frac{r_{BE}+\beta_F R_E+R_E+s\,C_{BE}r_{BE}R_E}{1+sC_{BE}r_{BE}} \qquad (10)$$

Dalla (2)

$$Z_i=\frac{1}{\frac{1+sC_{BE}r_{BE}}{r_{BE}+\beta_F R_E+R_E+s\,C_{BE}r_{BE}R_E}+sC_{BC}}= \qquad (11)$$

$$=\frac{r_{BE}+\beta_F R_E+R_E+sC_{BE}r_{BE}R_E}{1+sC_{BE}r_{BE}+sC_{BC}(r_{BE}+\beta_F R_E+R_E)+s^2 C_{BE}C_{BC}r_{BE}R_E} \qquad (12)$$

Riscrivendo l'espressione nel dominio della frequenza angolare ω e calcolando il modulo in ω_0 si ottiene

$$|Z_i|_{\omega_0}=\sqrt{\frac{\left(r_{BE}+\beta_F R_E+R_E\right)^2+\left(\omega_0 C_{BE}r_{BE}R_E\right)^2}{\left(1-\omega_0^2 C_{BE}C_{BC}r_{BE}R_E\right)^2+\omega_0^2\left[C_{BE}r_{BE}+(r_{BE}+\beta_F R_E+R_E)C_{BC}\right]^2}}=69\,k\,\Omega \qquad (13)$$

<u>Esercizio 4</u>

<u>Ipotesi iniziale</u>: transistori M1 e M2 in saturazione.

Applicando Kirchoff al nodo di uscita si trova la corrente di polarizzazione di M2:

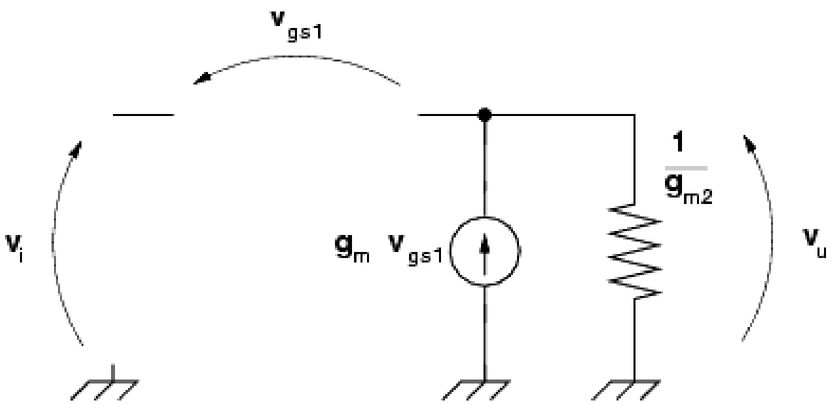
$$I_{D2}=I_{D1}-I_0=0.65\,mA \qquad (1)$$

quindi le transconduttanze di M1 e M2 risultano

$$g_{m1}=\sqrt{2K'_n\left(\frac{W}{L}\right)_1 I_{D1}}=3.87\,mS \qquad (2)$$

$$g_{m2}=\sqrt{2K'_p\left(\frac{W}{L}\right)_2 I_{D2}}=0.9\,mS \qquad (3)$$

Il circuito per piccoli segnali diviene



Dalle equazioni

$$v_{gs1}=v_i-v_u \qquad (4)$$

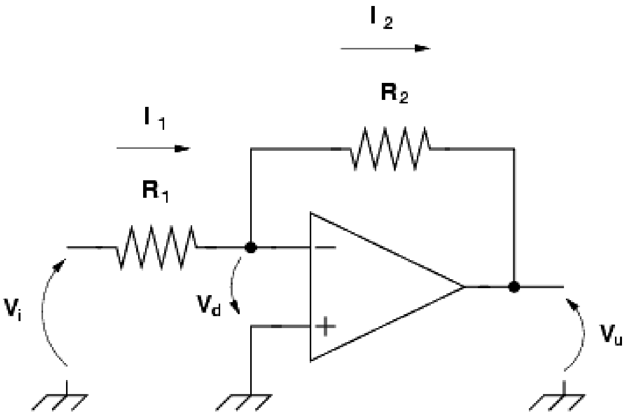
$$v_u=g_{m1}v_{gs1}\frac{1}{g_{m2}} \qquad (5)$$

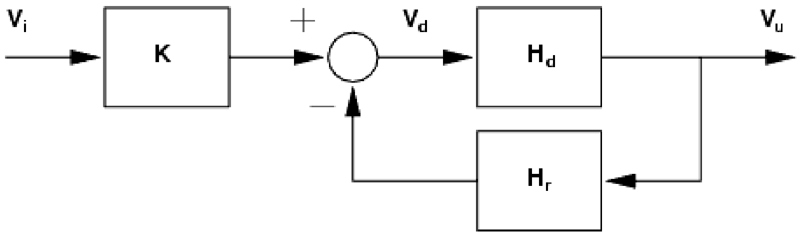
si ottiene

$$A_v=\frac{v_u}{v_1}=\frac{g_{m1}}{g_{m1}+g_{m2}}=0.81 \qquad (6)$$

Esercizio 5

L'amplificatore proposto è un amplificatore in configurazione invertente che può essere ricondotto al diagramma a blocchi del sistema retroazionato riportato nella figura seguente.





Dall'analisi del circuito si può scrivere:

$$I_1 = I_2 = \frac{V_i - V_u}{R_1 + R_2} \qquad (1)$$

$$V_d = -[V_i - R_1 I_1] = -\left[V_i - R_1 \frac{V_i - V_u}{R_1 + R_2}\right] = -V_i \frac{R_2}{R_1 + R_2} - V_u \frac{R_1}{R_1 + R_2} \qquad (2)$$

Dalla (2) si deduce che:

$$K = \frac{-R_2}{R_1 + R_2} \qquad (3)$$

$$H_r = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \qquad (4)$$

mentre per il ramo diretto, essendo costituito dall'amplificatore operazionale

$$H_d = A_d \qquad (5)$$

Come noto la funzione di trasferimento complessiva risulta

$$A_v = \frac{V_u}{V_i} = K \frac{H_d}{1 + H_d H_r} \qquad (6)$$

quindi sostituendo le espressioni (3), (4) e (5) nella (6)

$$A_v = \frac{V_u}{V_i} = \frac{-R_2}{R_1 + R_2} \frac{A_d}{1 + A_d \frac{R_1}{R_1 + R_2}} \qquad (7)$$

Introducendo l'espressione di A_d

$$A_v=\frac{V_u}{V_i}=\frac{-R_2}{R_1+R_2}\frac{\frac{A_0}{1+s\tau}}{1+\frac{A_0}{1+s\tau}\frac{R_1}{R_1+R_2}}=\frac{-R_2 A_0}{(R_1+R_2)\left(1+\frac{A_0 R_1}{R_1+R_2}\right)}\frac{1}{1+s\frac{\tau}{\left(1+\frac{A_0 R_1}{R_1+R_2}\right)}} \qquad (8)$$

passando nel dominio della frequenza angolare

$$A_v=\frac{-R_2 A_0}{(R_1+R_2)\left(1+\frac{A_0 R_1}{R_1+R_2}\right)}\frac{1}{1+j\omega\frac{\tau}{\left(1+\frac{A_0 R_1}{R_1+R_2}\right)}} \qquad (9)$$

Essendo

$$\frac{-R_2 A_0}{(R_1+R_2)\left(1+\frac{A_0 R_1}{R_1+R_2}\right)}<0 \qquad (10)$$

l'argomento del guadagno alla pulsazione ω_0 , che coincide con lo sfasamento richiesto dal problema, risulta

$$arg(A_v)=-180\,°-\tan^{-1}\left[\omega_0\frac{\tau}{\left(1+\frac{A_0 R_1}{R_1+R_2}\right)}\right]=-257\,° \qquad (11)$$

In alternativa il problema poteva essere risolto ignorando la schematizzazione a blocchi e svolgendo l'analisi circuitale come segue: uguagliando le correnti su R_1 e R_2 si ottiene

$$\frac{V_i+V_d}{R_1}+\frac{V_d+V_u}{R_2}=0 \qquad (12)$$

Considerato che il guadagno dell'amplificatore operazionale è A_d si ha

$$V_d=\frac{V_u}{A_d} \qquad (13)$$

Sostituendo la (2) nella (1) si ricava

$$A_v=\frac{V_u}{V_i}=\frac{-1}{\frac{1}{A_d}+\frac{R_1}{A_d R_2}+\frac{R_1}{R_2}}=\frac{-A_d R_2}{R_2+R_1+A_d R_1} \qquad (14)$$

Sostituendo l'espressione di A_d

$$A_v=\frac{V_u}{V_i}=\frac{-\left(\frac{A_0}{1+s\tau}\right)R_2}{R_2+R_1+\left(\frac{A_0}{1+s\tau}\right)R_1}=\frac{-R_2 A_0}{(R_1+R_2)+R_1 A_0}\frac{1}{1+s\frac{(R_1+R_2)\tau}{(R_1+R_2)+R_1 A_0}} \qquad (15)$$

ponendo

$$\alpha = \frac{-R_2 A_0}{(R_1+R_2)+R_1 A_0} \qquad (16)$$

e passando nel dominio della frequenza angolare si ottiene:

$$A_v = \alpha \frac{1}{1+j\omega \frac{(R_1+R_2)\tau}{(R_1+R_2)+R_1 A_0}} \qquad (17)$$

essendo α negativo l'argomento del guadagno alla pulsazione ω_0 , che coincide con lo sfasamento richiesto dal problema, risulta

$$arg(A_v) = -180° - \tan^{-1}\left(\omega_0 \frac{(R_1+R_2)\tau}{(R_1+R_2)+R_1 A_0}\right) = -257° \qquad (18)$$

Esercizio 6

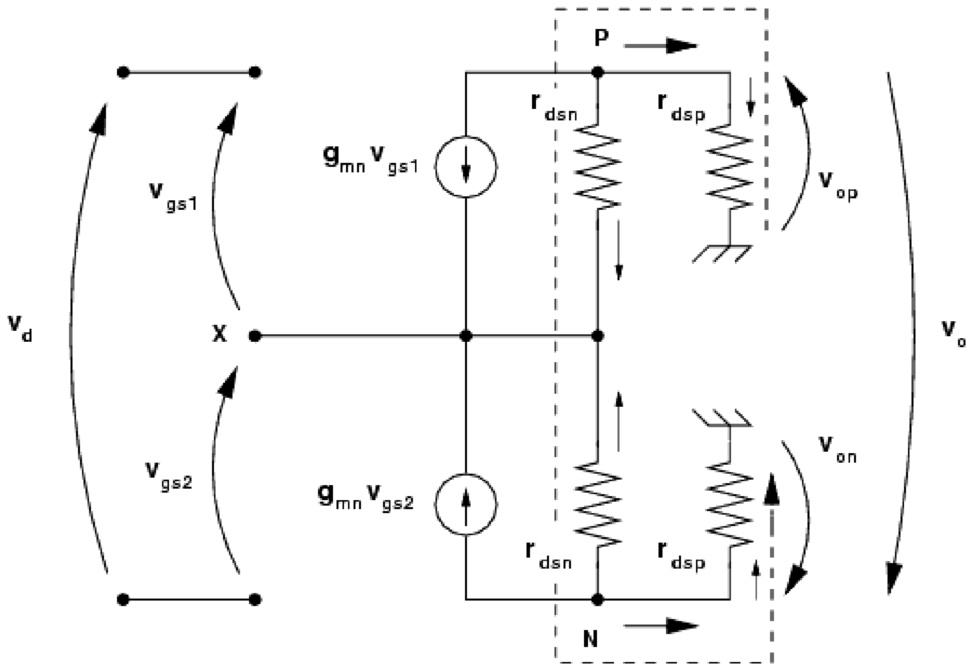
Data la simmetria del circuito si può scrivere

$$g_{m1} = g_{m2} = g_{mn} = \sqrt{2K'_n \left(\frac{W}{L}\right)_{1,2} \frac{I_T}{2}} = 3.16\, mS \qquad (1)$$

$$r_{ds1} = r_{ds2} = r_{dsn} = \frac{2}{\lambda_n I_T} = 20\, k\,\Omega \qquad (2)$$

$$r_{ds3} = r_{ds4} = r_{dsp} = \frac{2}{\lambda_p I_T} = 40\, k\,\Omega \qquad (3)$$

Il circuito per piccoli segnali risulta il seguente



Innanzi tutto si può scrivere che:

$$v_d = v_{gs1} - v_{gs2} \qquad (4)$$

$$v_o = v_{on} - v_{op} \qquad (5)$$

Seguendo la linea tratteggiata di figura, si evince che la corrente entrante nel nodo P deve uguagliare quella uscente dal nodo N:

$$\frac{-v_{op}}{r_{dsp}} = \frac{v_{on}}{r_{dsp}} \qquad (6)$$

dalla quale

$$v_{on} = -v_{op} \qquad (7)$$

sostituendo la (7) nella (5)

$$v_{op} = \frac{-v_o}{2} \qquad (8)$$

Applicando il principio di Kirchoff al nodo X si ottiene

$$g_{mn} v_{gs1} + \frac{v_{op} - v_X}{r_{dsn}} + g_{mn} v_{gs2} + \frac{v_{on} - v_X}{r_{dsn}} = 0 \qquad (9)$$

Applicando il principio di Kirchoff al nodo P si ottiene

$$g_{mn} v_{gs1} + \frac{v_{op}}{r_{dsp}} + \frac{v_{op} - v_X}{r_{dsn}} = 0 \qquad (10)$$

Ricavando $\frac{v_X}{r_{dsn}}$ dalla (10) e sostituendo nella (9) si ottiene

$$g_{mn}(v_{gs2} - v_{gs1}) - 2\mathrm{v}_{op}\left(\frac{1}{r_{dsn}} + \frac{1}{r_{dsp}}\right) = 0 \qquad (11)$$

Sostituendo la (1) e la (8) nella (11)

$$-g_{mn} v_d + v_u\left(\frac{1}{r_{dsn}} + \frac{1}{rds_p}\right) = 0 \qquad (12)$$

dalla quale

$$A_v = \frac{v_u}{v_d} = \frac{g_{mn}}{\frac{1}{r_{dsn}} + \frac{1}{r_{dsp}}} = 42 \qquad (13)$$