

Prova del 14.06.2005

Ai fini della determinazione del voto verrà utilizzato un peso positivo pari a 1 in caso di risposta corretta ed un peso negativo pari a -0.2 in caso di risposta errata.

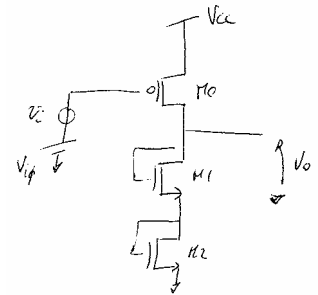
Negli esercizi, ove necessario e salvo indicazioni contrarie, si consideri che i circuiti operino a temperatura ambiente,

che gli OP-AMP siano ideali e lavorino in c.c. virtuale. Si utilizzi $V_T = 0.7$ V per le giunzioni p-n in diretta. Si osservi inoltre che la transconduttanza di un MOSFET in saturazione può essere calcolata come

$$g_m = \sqrt{2\mu C_{ox} \frac{W}{L} I_{D0}}.$$

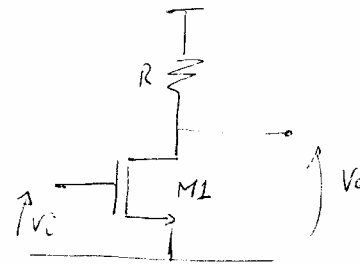
A.1) Dato il circuito amplificatore in figura, calcolare il valore di $(W/L)_{M0}$ affinché il modulo guadagno di tensione $A_v = v_o/v_i$ sia pari a 12dB. Considerare $M1=M2$, $M0$ in saturazione e trascurare r_{ds} .

Dati: $M0: \mu C_{ox} = 50\mu A/V^2$; $M1=M2: \mu C_{ox} = 100\mu A/V^2$, $(W/L)_{M1,M2}=10$



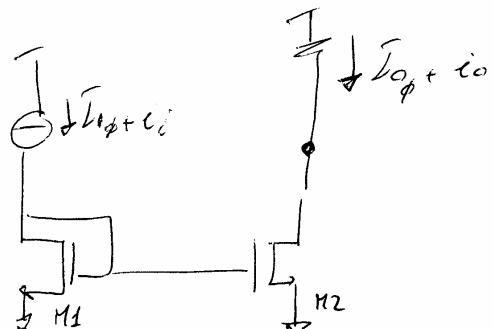
A.2) Dato il circuito amplificatore in figura, quanto vale il modulo dell' impedenza di ingresso a 100MHz con l' uscita in corto-circuito ?

Dati: $C_{gs}=1pF$, $C_{gd}=100fF$, $r_{ds}=\infty$, $R=400\Omega$, $(W/L)=50$, $\mu C_{ox} = 50\mu A/V^2$



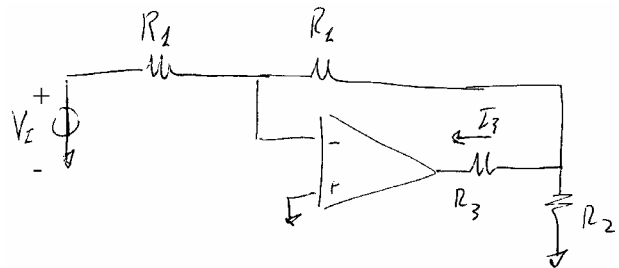
A.3) Il circuito di figura è un amplificatore di corrente, con segnale di ingresso i_i e segnale di uscita i_o . Osservando che $M1=M2$ e che, quindi, $I_{D0}=I_{D1}$, si calcoli la frequenza a 3dB, cioè la frequenza del polo, del guadagno di corrente $A_i = i_o/i_i$.

Dati: $C_{gs}=1pF$, $C_{gd}=0$, $r_{ds}=\infty$, $(W/L)=50$, $\mu C_{ox} = 50\mu A/V^2$, $I_{D0}=1mA$



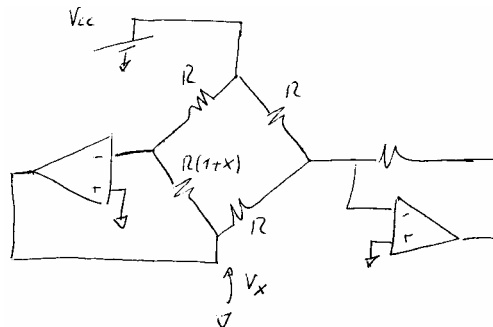
B.1) Dato il circuito di figura calcolare il valore di corrente I_3 .

Dati: $R_1=5k\Omega$, $R_2=7k\Omega$, $V_I = -1V$



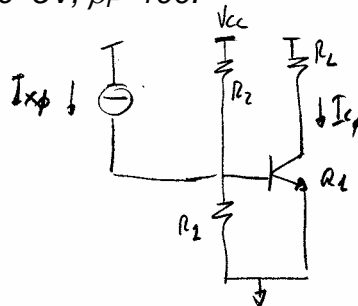
B.2) Dato il circuito di figura, calcolare il valore di tensione V_x .

Dati: $x=0.1$, $V_{CC} = 10V$



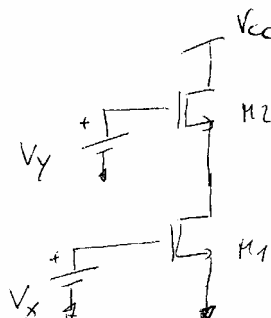
C.1) Dato l' amplificatore ad emettitore comune di figura, si calcoli il valore di R_1 affinché Q_1 sia polarizzato con una corrente di collettore pari a $1mA$ ($I_C=1mA$)

Dati: $R_2=150k\Omega$, $I_{x0}=5\mu A$, $V_{CC}=5V$, $\beta_F=100$.



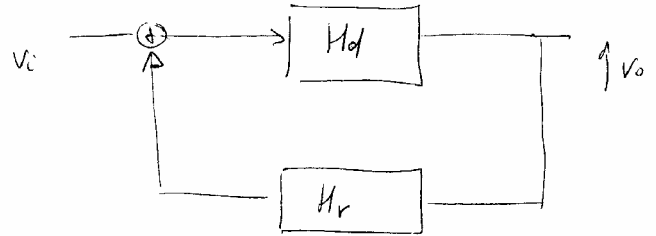
C.2) Dato il circuito di figura, trovare il minimo valore di V_y affinché M_1 sia in saturazione. Si assuma $M_1=M_2$ e M_2 in saturazione.

Dati: $M_1=M_2$: $W/L = 20$, $\mu_{Cox} = 100\mu A/V^2$, $V_{Tn} = 1V$; $V_{CC}=5V$, $V_x = 1.45V$.



D.1) Dato il sistema in retroazione di figura, con $H_d = \frac{A_{d0}(1-s/\omega_z)}{(1+s/\omega_0)}$ e $H_r = \frac{H_{r0}}{(1+s/\omega_1)}$,
calcolare il margine di fase.

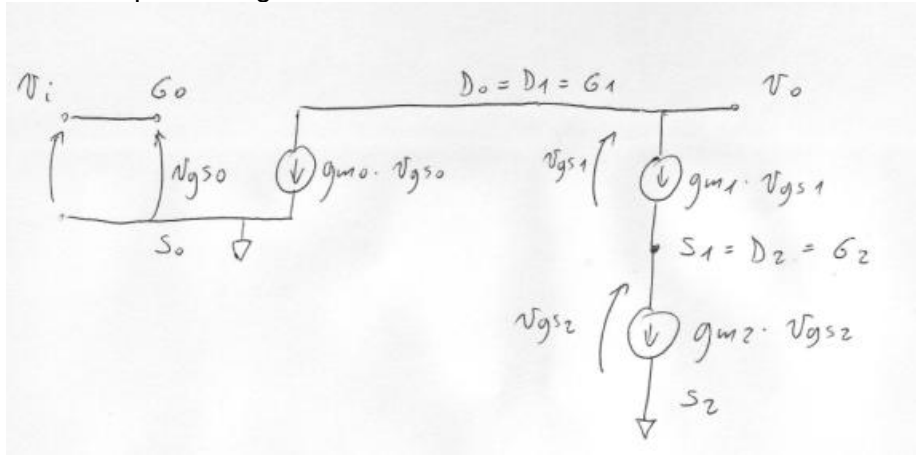
Dati: $A_{d0}=70\text{dB}$, $H_{r0}=-10\text{dB}$, $\omega_0=100\text{rad/s}$, $\omega_1=100\text{krad/s}$, $\omega_z=400\text{krad/s}$.



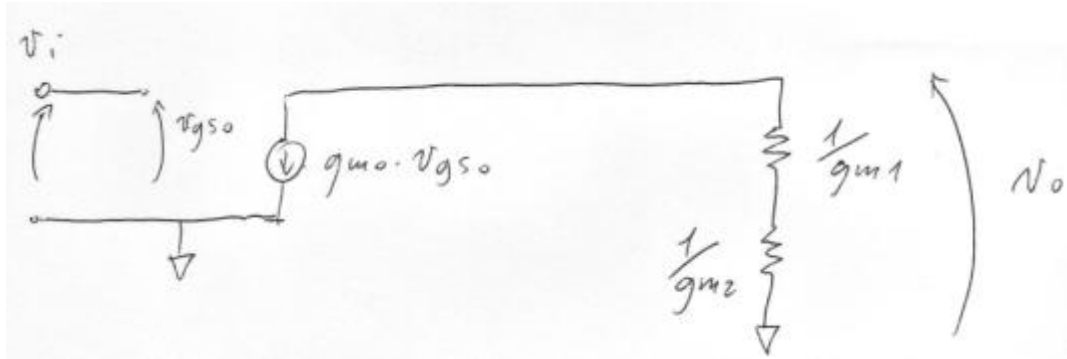
SVOLGIMENTO

Es. A.1)

Ricordando che il modello alle variazioni di transistori MOS a canale p e a canale n è il medesimo, il circuito equivalente ai piccoli segnali è:



Si osservi che, in relazione ad M1, il generatore di corrente dipendente è pilotato dalla tensione ai propri capi: si tratta evidentemente del comportamento di una resistenza di valore $1/g_{m1}$; d'altra parte tale comportamento è immediatamente deducibile considerando che M1 è connesso a diodo. Analoghe considerazioni valgono per il dispositivo M2. Pertanto il circuito alle variazioni definitivo è:



L'unica equazione necessaria per l'espressione del guadagno di tensione è:

$$v_o = -g_{m0} \cdot v_i \left(\frac{1}{g_{m1}} + \frac{1}{g_{m2}} \right) = -\frac{2 \cdot g_{m0}}{g_{mN}} v_i$$

dove si è considerato che $M1=M2$ e la corrente di polarizzazione è la stessa perché i dispositivi sono in serie ($g_{m1}=g_{m2}=g_{mN}$). Pertanto:

$$|A_v| = \left| \frac{v_o}{v_i} \right| = \frac{2g_{m0}}{g_{mN}} = 2 \frac{\sqrt{2\mu_0 C_{ox} \left(\frac{W}{L} \right)_{M0} I_{D0}}}{\sqrt{2\mu_{1,2} C_{ox} \left(\frac{W}{L} \right)_{M1,2} I_{D1,2}}}$$

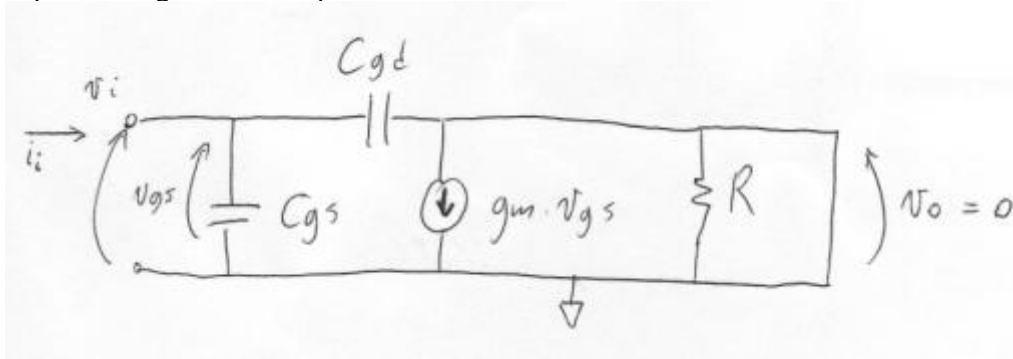
e la relazione cercata:

$$\left(\frac{W}{L} \right)_{M0} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{W}{L} \right)_{M1,2} \cdot |A_v|^2$$

Sostituendo i dati numerici (modulo $A_v = 12 \text{ dB} = 4$) si ha: $\left(\frac{W}{L}\right)_{M0} = 80$.

Es. A.2)

Il circuito ai piccoli segnali dell'amplificatore è:



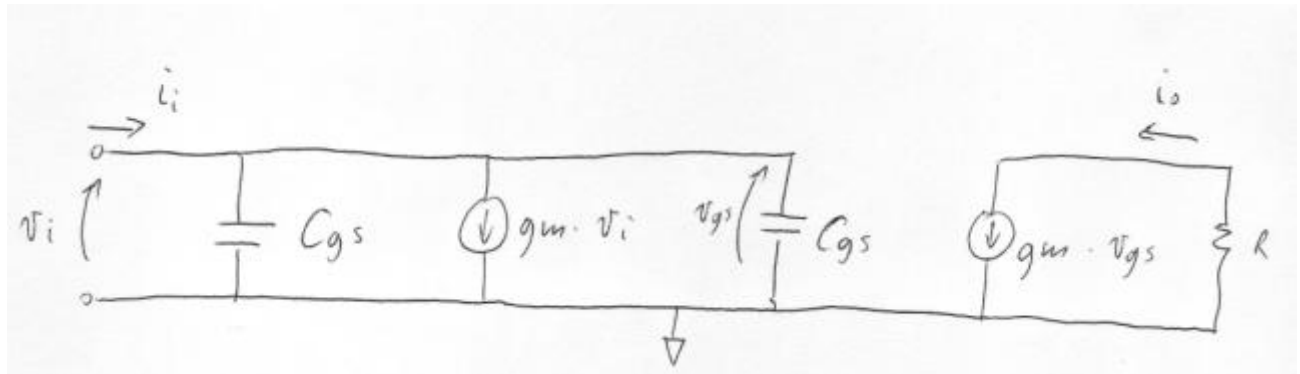
Dal momento che l'uscita è in corto-circuito per ipotesi, la resistenza di carico R ed il generatore di corrente dipendente sono connessi tra due nodi di massa alle variazioni: evidentemente non contribuiscono al calcolo dell'impedenza di ingresso.

L'unico contributo è dato dal parallelo delle C_{gs} e C_{gd} : $Z_{IN}(j\omega) = \frac{v_i(j\omega)}{i_i(j\omega)} = \frac{1}{j\omega(C_{GS} + C_{GD})}$, il cui modulo, a 100 MHz, vale:

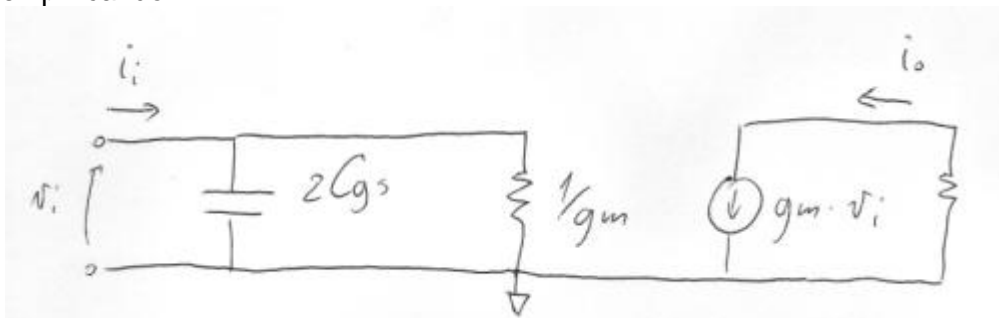
$$|Z_{IN}(j2\pi \cdot 100e6)| = \frac{1}{2\pi \cdot 10^8 (1 \cdot 10^{-12} + 0.1 \cdot 10^{-12})} \cong 1.45 k\Omega$$

Es. A.3)

Il circuito alle variazioni è:



o anche, semplificando:



Partendo dal ramo di uscita e considerando $M1=M2$ polarizzati con la medesima corrente (parametri differenziali identici) si ha $i_o = g_m \cdot v_{GS} = g_m \cdot v_i$, dove:

$$v_I = \frac{i_I}{gm + s \cdot 2C_{GS}}$$

Pertanto si ha:

$$A_i = \frac{i_O}{i_I} = \frac{gm}{gm + s \cdot 2C_{GS}} = \frac{1}{1 + s \frac{2 \cdot C_{GS}}{gm}} = \frac{1}{1 + \frac{s}{s_{-3dB}}}$$

con $s_{-3dB} = gm/(2C_{GS})$.

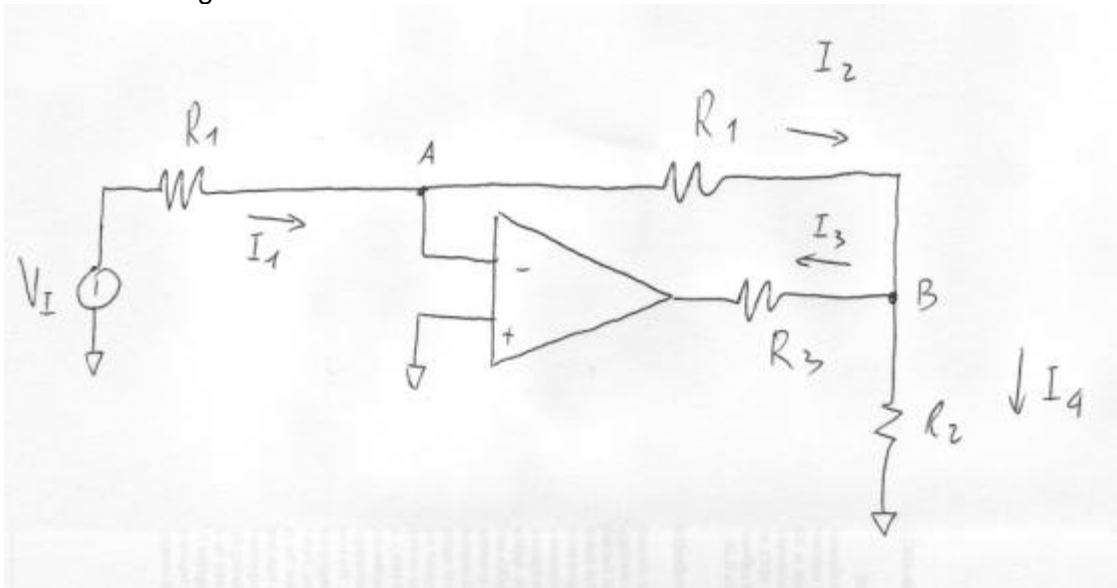
$$\text{Passando alle pulsazioni ed alle frequenze: } \omega_{-3dB} = \frac{gm}{2 \cdot C_{GS}}, f_{-3dB} = \frac{gm}{4\pi \cdot C_{GS}} = \frac{\sqrt{2\mu C_{ox} \left(\frac{W}{L}\right) I_0}}{4\pi \cdot C_{GS}}$$

La risposta è quindi $f_{-3dB} = 178 \text{ MHz}$.

Il circuito in figura, noto come "specchio di corrente", trova larghissima diffusione nell'elettronica analogica sia come amplificatore di corrente sia come moltiplicatore di correnti di polarizzazione: infatti, scegliendo opportunamente le dimensioni relative dei dispositivi M1 ed M2 è possibile ottenere correnti di drain nel rapporto desiderato.

Es. B.1)

Con riferimento alla figura:



e considerando l'operazionale attivo in regione lineare (alto guadagno), l'ipotesi di corto-circuito virtuale comporta $V_A = 0$.

$$I_1 = V_I / R_1$$

Dal momento che l'ingresso dell'op-amp è ad alta impedenza si avrà $I_1 = I_2$, dunque:

$$V_B = V_A - R_1 I_2 = - R_1 I_1 = - V_I = 1 \text{ V}$$

La corrente su R_2 vale: $I_4 = V_B / R_2 = - V_I / R_2$ e la corrente cercata I_3 è:

$$I_3 = I_2 - I_4 = V_I / R_1 + V_I / R_2 = -343 \mu\text{A}$$

Es. B.2)

Nell'ipotesi di corto-circuito virtuale per gli op-amp e considerando l'ingresso ad alta impedenza dell'amplificatore operazionale di sinistra, la corrente che attraversa il ramo sinistro del ponte resistivo è $I_S = V_{CC} / R$, in quanto il potenziale dell'ingresso invertente dell'op-amp di sinistra è massa virtuale.

Quindi: $V_X = V_{CC} - I_S R - R(1+x) I_S = V_{CC} - (2+x)R I_S = V_{CC} - (2+x)V_{CC} = -(1+x) V_{CC} = -11 \text{ V}$.

Es. C.1)

Considerando il transistor Q1 acceso in regione attiva diretta la corrente che fluisce attraverso la resistenza R_2 è:

$$I_{R2} = (V_{CC} - V_Y) / R_2$$

Supponendo Q1 polarizzato in regione attiva diretta vale la relazione $I_B = I_C / \beta_F$; si ha allora:

$$I_{R1} = I_{R2} + I_{X0} - I_C / \beta_F = 23.6 \mu\text{A}$$

Da cui $R_1 = V_Y / I_{R1} = 29.6 \text{ k}\Omega$.

Es. C.2)

Se si desidera M1 saturo, l'uguaglianza delle correnti di riposo $I_{D1} = I_{D2}$ assume la forma:

$$\frac{\beta_1}{2} (V_X - V_{Tn})^2 = \frac{\beta_2}{2} (V_Y - V_{D1} - V_{Tn})^2$$

dove V_{D1} è il potenziale del nodo di drain del transistor M1 (corrispondente al source di M2).

Considerato M1 = M2 si ha $\beta_1 = \beta_2$ e la relazione precedente diviene:

$$V_X = V_Y - V_{D1}, V_{D1} = V_Y - V_X. \quad (1)$$

Affinché M1 sia saturo deve valere, oltre all'uguaglianza sopra, anche la relazione:

$$V_{DS1} \geq V_{GS1} - V_{Tn}, V_{D1} \geq V_X - V_{Tn}.$$

Sostituendo nella (1) si ha:

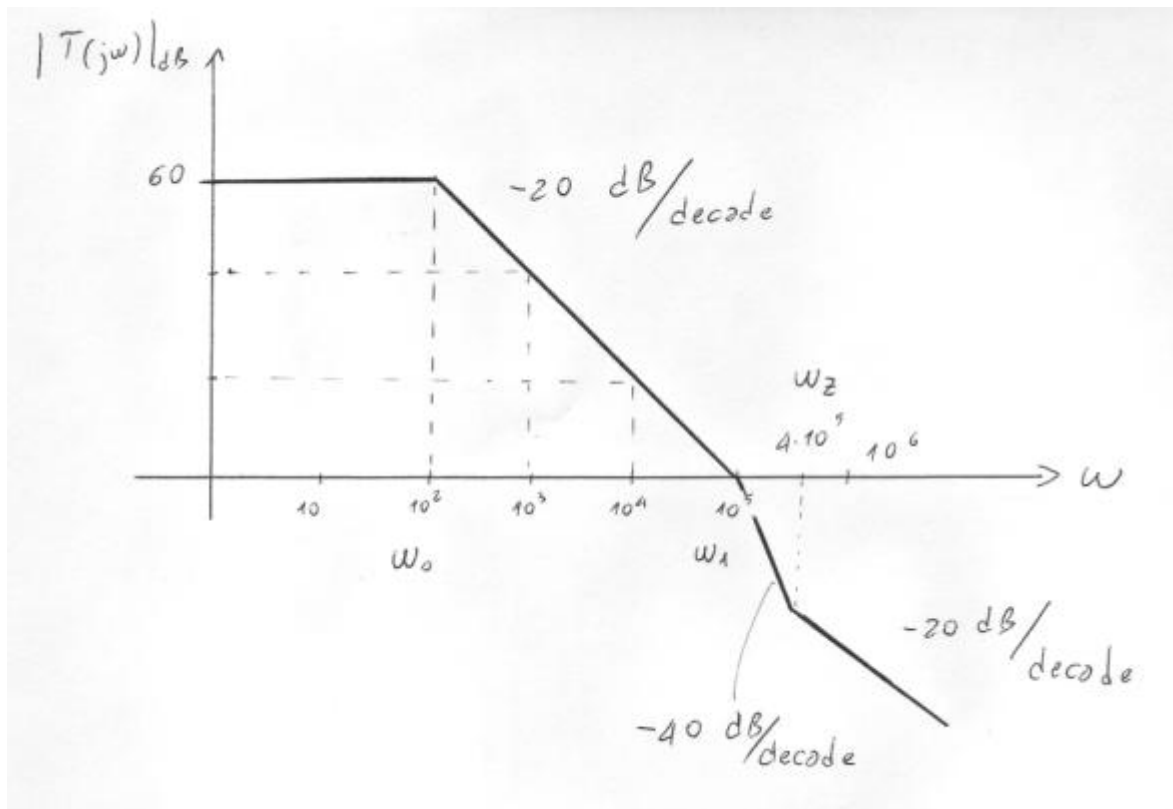
$$V_Y - V_X \geq V_X - V_{Tn}, V_Y \geq 2V_X - V_{Tn} = 1.9 \text{ V}.$$

Es. D1)

Il calcolo del margine di fase del sistema e le considerazioni sulla stabilità dell'anello retroazionato si compiono sulla funzione di guadagno di anello:

$$T(j\omega) = Hd(j\omega) \cdot Hr(j\omega) = \frac{Ad_0 \cdot Hr_0 \cdot \left(1 - \frac{j\omega}{\omega_z}\right)}{\left(1 + \frac{j\omega}{\omega_0}\right) \cdot \left(1 + \frac{j\omega}{\omega_1}\right)}$$

Il cui diagramma dei moduli è:



Si osservi che, essendo il guadagno in continua dell'anello pari a $|T(j0)| = Ad_0 Hr_0 = 60$ dB, ed avendo una distanza di 3 decadi tra il primo polo ω_0 ed il secondo, ω_1 , la funzione di guadagno asintotico attraversa l'asse orizzontale (0 dB, guadagno unitario) in corrispondenza di ω_1 .

Detta ω_c la pulsazione di incrocio dell'anello (ω_c tale che $|T(j\omega_c)| = 1$ oppure $|T(j\omega_c)|_{dB} = 0$), il margine di fase è:

$$PM = \angle T(j\omega_c) - (-\pi) = \pi + \angle T(j\omega_c) = \pi + \arctan(-\omega_c/\omega_z) - \arctan(\omega_c/\omega_0) - \arctan(\omega_c/\omega_1)$$

In questo caso si ha $\omega_c = \omega_1$ sul diagramma asintotico: sostituendo i dati si ottiene $PM = 0.54$ rad = 31° . Si osservi che, poiché $\omega_c \gg \omega_0$ e $\omega_1 = \omega_c$, gli ultimi due termini della relazione precedente valgono rispettivamente $\pi/2$ e $\pi/4$.

Il calcolo esatto del margine di fase non fa riferimento ai diagrammi asintotici; al contrario, prevede la determinazione dell'esatta pulsazione di attraversamento (ω_c) della funzione di guadagno d'anello. Imponendo la condizione: $|T(j\omega_c)| = 1$ o, per convenienza, $|T(j\omega_c)|^2 = 1$ si ha:

$$|T(j\omega_c)|^2 = \frac{|Ad_0 Hr_0|^2 \cdot \left|1 - j \frac{\omega_c}{\omega_z}\right|^2}{\left|1 + j \frac{\omega_c}{\omega_0}\right|^2 \cdot \left|1 + j \frac{\omega_c}{\omega_1}\right|^2} = \frac{(Ad_0 Hr_0)^2 \cdot \left[1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega_z}\right)^2\right]}{\left[1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2\right] \left[1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega_1}\right)^2\right]} = 1$$

che rappresenta un'equazione biquadratica in ω_c . Risolvendo si ottiene una sola soluzione accettabile (pulsazione positiva) pari a $\omega_c \cong 80$ krad/s.

Pertanto il margine di fase vale $PM \cong 40^\circ$.