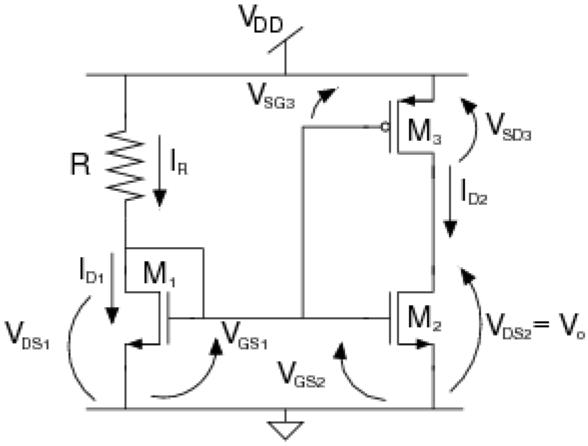
SOLUZIONI COMPITO 12/06/07

1) Si ipotizzino M1, M2 ed M3 in saturazione, come tipicamente accade per applicazioni analogiche.



La corrente sulla resistenza R è uguale a quella che scorre su M1:

$$I_{D1}=\frac{K_1}{2}(V_{GS1}-V_{THn})^2$$

$$V_{DD}=RI_{D1}+V_{GS1}$$

Sostituendo la prima equazione nella seconda, con $K_1=\mu_n C_{ox}(\frac{w}{L})_1$, si ottiene una equazione di 2°grado in V_{GS1}. La soluzione V_{GS1} = -0.143 V è da scartare, mentre la soluzione corretta è V_{GS1} = 1.5 V. Il MOS M1 è acceso in saturazione.

La corrente su M2 vale:

$I_{D2}=\frac{K_2}{2}(V_{GS2}-V_{THn})^2(1+\lambda_2 V_{DS2})$, dove $V_{GS2}=V_{GS1}$ e $V_{DS2}=V_o$

pertanto diventa: $I_{D2}=\frac{\mu_n C_{ox}}{2}(\frac{w}{L})_2(V_{GS1}-V_{THn})^2(1+\lambda_2 V_o)$

La corrente su M3 vale:

$I_{D3}=\frac{K_3}{2}(V_{SG3}-|V_{THp}|)^2(1+\lambda_3 V_{SD3})$, dove $V_{SG3}=V_{DD}-V_{GS1}$ e $V_{SD3}=V_{DD}-V_o$

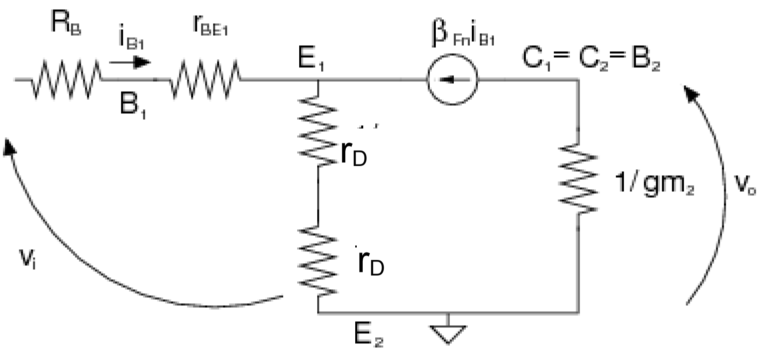
pertanto diventa: $I_{D3}=\frac{\mu_p C_{ox}}{2}(\frac{w}{L})_3(V_{DD}-V_{GS1}-|V_{THp}|)^2(1+\lambda_3(V_{DD}-V_0))$

Siccome $I_{D2}=I_{D3}$, uguagliando le due correnti si ottiene una equazione con incognita V_o. Risolvendola si ottiene V_o = 1.78 V.

Siccome $V_{DS2}=V_o=1.78\text{V}>V_{GS2}-V_{THn}=0.7\text{V}$, allora M2 è sicuramente saturo.

Inoltre, $V_{SD3}=V_{DD}-V_o=1.72>V_{SG3}-|V_{THp}|=1.2V$, quindi anche M3 è saturo, e le ipotesi iniziali di funzionamento dei dispositivi sono tutte verificate.

2) Si deve risolvere il circuito ai piccoli segnali sottostante:



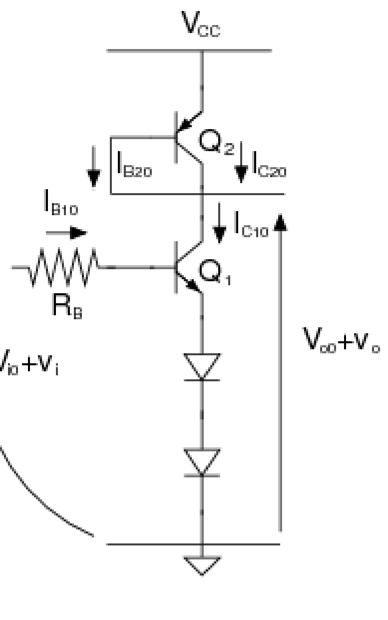
Si ricordi che il modello ai piccoli segnali di un BJT in connessione a diodo è rappresentato da una resistenza r = 1/gm.

Da $v_i = (R_B + r_{BE1}) i_{B1} + 2 r_D (\beta_{Fn} + 1) i_{B1}$, si ricava $i_{B1} = \frac{v_i}{R_B + r_{BE1} + 2 r_D (\beta_{Fn} + 1)}$

Inoltre $v_o = -\beta_{Fn} i_{B1} \cdot \frac{1}{gm_2}$

Pertanto, il guadagno è: $\frac{v_o}{v_i} = \frac{-\beta_{Fn}}{gm_2} \cdot \frac{1}{R_B + r_{BE1} + 2 r_D (\beta_{Fn} + 1)}$

Occorre ricavare i parametri dei dispositivi, partendo dalla soluzione a riposo del circuito:



$r_{BE1} = \frac{V_T}{I_{B10}} = V_T \frac{\beta_{Fn}}{I_{C10}} = 2.92\, K\Omega$ (assumendo V_T = 26 mV).

Dal bilancio delle correnti sul nodo di collettore di Q1 e Q2, si ha:

$I_{B20}+I_{C20}=I_{C10}$ ovvero $I_{C20}=\dfrac{I_{C10}}{1+\dfrac{1}{\beta_{Fp}}}=0.78\,mA$ e si ricava il parametro:

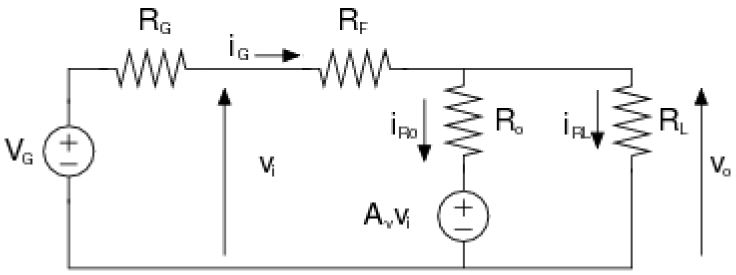
$$gm_2=\frac{I_{C20}}{V_T}=30\,mS$$

Vale inoltre: $r_D=\dfrac{V_T}{I_{C10}}=32.5\,\Omega$

Quindi, il guadagno diventa $\dfrac{v_o}{v_i}=-0.29$

3) Dal circuito si vede che:

$i_G=\dfrac{v_G-v_o}{R_G+R_F}$ e $i_{Ro}=i_G-i_{RL}=\dfrac{v_G-v_o}{R_G+R_F}-\dfrac{v_o}{R_L}$



Dal momento che $v_i=\dfrac{v_o-R_o i_{Ro}}{Av}$, si può sostituire i_{Ro} entro l'espressione di v_i, ottenendo:

$$v_i=\frac{v_o-R_o\left(\dfrac{v_G-v_o}{R_G+R_F}-\dfrac{v_o}{R_L}\right)}{Av}$$

Si osservi poi che $v_G=R_G i_G+v_i$ in cui si sostituiscono le espressioni di i_G e l'espressione di v_i appena ricavata. Si avrà così una espressione che è sola funzione di v_G e v_o, e quindi si ricava la f.d.t. cercata:

$$\frac{v_o}{v_G}=\frac{R_o+R_F Av}{-R_G Av+R_G+R_F+R_o+\dfrac{R_o}{R_L}(R_G+R_F)}$$

Detto $K=R_G+R_F+R_o+\dfrac{R_o}{R_L}(R_G+R_F)=1126.2\,\Omega$

Sostituendo l'espressione di Av e svolgendo qualche passaggio si ha:

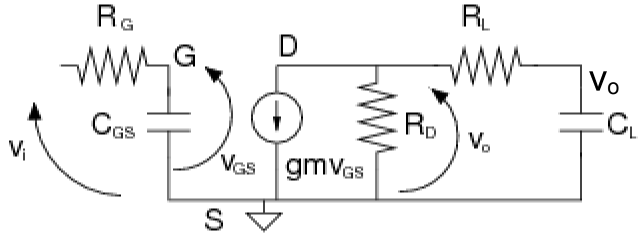
$\dfrac{v_o}{v_G}=\dfrac{R_o\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_p}\right)+R_F A_o}{-R_G A_o+K\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_p}\right)}$, da cui il polo reale della f.d.t. è: $p=\dfrac{\omega_p}{K}(R_G A_o-K)$

Un sistema è strettamente stabile se e solo se tutti i poli si trovano nel semipiano sinistro (parte reale negativa); pertanto, essendo il polo della f.d.t. reale, il sistema è stabile se:

p < 0, che significa $R_G A_o - K < 0$. Il valore massimo di A_o compatibile con la stabilità è pertanto:

$$A_o = \frac{K}{R_G} = 22.5$$

4) Il circuito ai piccoli segnali è:



$v_o = -gm\, v_{GS}\, Z$ dove Z è l'impedenza $Z = R_D // (R_L + \frac{1}{s C_L})$ da cui:

$$v_o = -gm\, v_{GS} \frac{R_D(1 + s C_L R_L)}{1 + s C_L (R_L + R_D)}$$

poiché $v_{GS} = \frac{v_i}{R_G + \frac{1}{s C_{GS}}} \cdot \frac{1}{s C_{GS}} = \frac{v_i}{1 + s C_{GS} R_G}$, si ricava il guadagno:

$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{-gm\, R_D (1 + s C_L R_L)}{(1 + s C_{GS} R_G)(1 + s C_L (R_L + R_D))}$$

Il modulo del guadagno vale:

$$|Av| = |\frac{v_o}{v_i}| = \frac{gm\, R_D \sqrt{1 + (\omega C_L R_L)^2}}{\sqrt{(1 + (\omega C_{GS} R_G)^2)(1 + (\omega C_L (R_D + R_L))^2)}}$$

Si lavora a f_0 = 500MHz, ovvero $\omega_0 = 2\pi f_0 = 3.14 \cdot 10^9 rad/sec$, e il modulo del guadagno va calcolato a tale pulsazione: $|Av|(\omega = \omega_0) = 16.3$

La fase del guadagno è:

$$arg(\frac{v_o}{v_i}) = -180° + arctg(\omega C_L R_L) - arctg(\omega C_{GS} R_G) - arctg(\omega C_L (R_D + R_L))$$

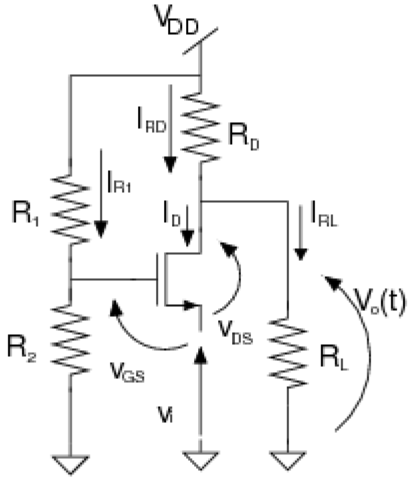
che, valutata per $\omega_0 = 3.14 \cdot 10^9 rad/sec$, vale:

$$arg(\frac{v_o}{v_i}) = -180° + 72.3° - 17.4° - 78° = -203° = 157°$$

L'espressione del segnale di uscita è:

$v_o(t) = V_{IM} \cdot 16.3 \cdot sen(\omega_0 t + 157°)$ che, per t= 0, vale: $v_o(t) = 64\,mV$

5) Risolviamo prima il circuito a riposo, ipotizzando che il MOS sia saturo.



La corrente su R1 ed R2 vale:

$$I_{R1} = \frac{V_{DD}}{R_1 + R_2}$$

Si può ricavare così:

$$V_{GS} = R_2 I_{R1} - V_{i0} = V_{DD} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 1.33\,V$$

e, di conseguenza, la corrente sul MOS:

$$I_D = \frac{\mu_n C_{ox}}{2} \left(\frac{w}{L}\right)(V_{GS} - V_{TH})^2 = 347\,\mu A$$

Dal bilancio delle correnti sul drain:

$$I_{RD} = I_D + \frac{V_{o0}}{R_L}$$

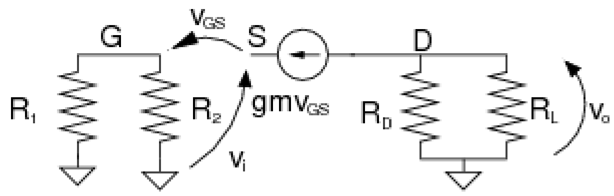
$$V_{DD} = R_D I_{RD} + V_{o0} = R_D \left(I_D + \frac{V_{o0}}{R_L}\right) + V_{o0}$$

Si ricava quindi il valore di riposo dell'uscita:

$$V_{o0} = \frac{V_{DD} - R_D I_D}{\frac{R_D}{R_L} + 1} = 0.78\,V$$

Dal momento che $V_{GS} = 1.33\,V < V_{DS} + V_{TH} = 1.483\,V$, è verificata l'ipotesi di saturazione del MOS.

Ora occorre risolvere il circuito ai piccoli segnali sottostante:



$v_o = -gm \cdot v_{GS}(R_D // R_L)$ e $v_{GS} = -v_i$, da cui:

$Av = \frac{v_o}{v_i} = gm \frac{R_D R_L}{R_D + R_L}$ dove $gm = 2 \frac{I_D}{V_{GS} - V_{TH}} = 1.10\, mS$

Il guadagno è pertanto Av = 1.32.

L'espressione dell'uscita diventa: $V_o(t) = V_{o0} + v_o(t) = V_{o0} + Av \cdot V_{IM} \cos(2\pi f_0)$

e il valore è: $V_o(t = 0.5 \mu s) = 0.756\, V$.

6) Quando il diodo è acceso, la corrente che lo percorre va anche sulle resistenze R1 ed R2:

$i = \frac{v_i - V_\gamma}{R_1}$ (si suppone che l'opamp operi in regime di cortocircuito virtuale).

La tensione di uscita vale: $v_o(t) = -R_2 \cdot i = \frac{-R_2}{R_1}(v_i - V_\gamma) = \frac{-R_2}{R_1}(V_{IM} sen(\omega t) - V_\gamma)$

La condizione di accensione-spegnimento del diodo è data da:

$V_{IM} sen(\omega t) - V_\gamma = 0$, ovvero: $sen(\omega t) = \frac{1}{2}$

quindi: $\frac{\pi}{6} < \omega t < \frac{5}{6}\pi$.

Quando il diodo è spento, la corrente è nulla e $v_o(t)= 0$.

Il valor medio delle tensione di uscita vale pertanto:

$$\langle v_o \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5}{6}\pi} vo(t)\, d(\omega t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5}{6}\pi} \frac{-R_2}{R_1}(V_{IM} sen(\omega t) - V_\gamma)\, d(\omega t) = -3.05\, V$$

7) Le correnti sulle resistenze R1 valgono:

$I_A(t) = \frac{V_{AM} sen(\omega t)}{R_1}$ e $I_B(t) = \frac{V_{BM} sen(\omega t)}{R_1}$

La corrente su R2 vale: $I_{R2}(t) = I_A(t) + I_B(t)$

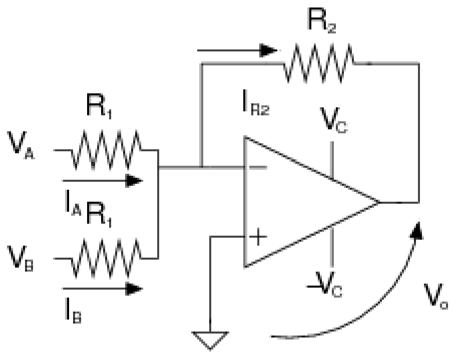
La tensione di uscita diventa: $V_o(t) = -R_2 I_{R2} = \frac{-R_2}{R_1}(V_{AM} sen(\omega t) + V_{BM} \cos(\omega t))$

Affinchè il circuito operi in condizioni di linearità, deve essere:

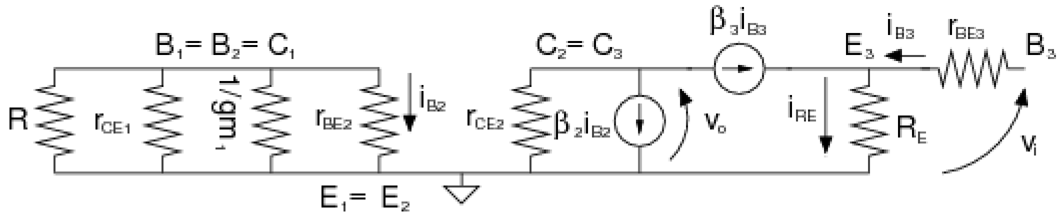
$|V_o(t)|_{MAX} \le V_C$

Essendo: $V_{o,MAX}=\frac{R_2}{R_1}\sqrt{V_{AM}^2+V_{BM}^2}$

si ottiene il massimo valore di V_{BM} : $V_{BM,MAX}=0.32\,V$.



8) Il circuito ai piccoli segnali è:



$v_i=R_E i_{RE}+r_{BE3} i_{B3}$, con $i_{RE}=(\beta_3+1) i_{B3}$

Sostituendo la seconda nella prima, si può ricavare i_{B3}:

$$i_{B3}=\frac{v_i}{R_E(\beta_3+1)+r_{BE3}}$$

Vale poi $\beta_3 i_{B3}+\beta_2 i_{B2}+\frac{v_o}{r_{CE2}}=0$, dove i_{B3} è quella appena calcolata e i_{B2} = 0.

Si arriva così al guadagno: $Av=\frac{v_o}{v_i}=\frac{r_{CE2}\beta_3}{R_E(\beta_3+1)+r_{BE3}}$ che, trascurando 1 rispetto a

β_3 al denominatore, diventa: $Av=-r_{CE2}\frac{gm_3}{1+R_E\, gm_3}$.

Si ricava gm_3: $gm_3=0.1\,S$.

La corrente $I_{C03} = I_{C02} = I_{C01}$ vale: $I_{C0}=V_T\, gm_3=2.6\,mA$, avendo assunto V_T = 26 mA.

Da $V_{EE}=V_{EB1}+R\, I_{C0}$ si ricava il valore della resistenza $R=1077\,\Omega$.