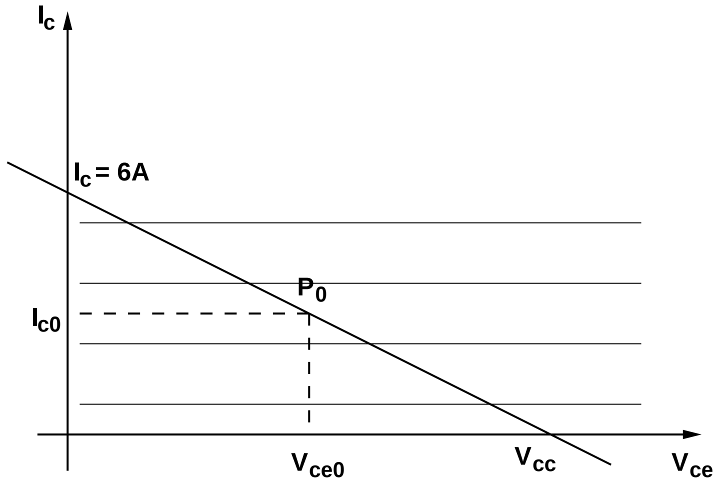
Correzione Prova n° 5

Esercizio n° 1

L'esercizio può essere risolto per via grafica utilizzando la caratteristica del transistor $I_c = f(V_{ce})$ e la retta di carico:

$$I_c = f(V_{ce}) = \frac{V_{cc}}{R_L} - \frac{V_{ce}}{R_L}$$

come mostrato in figura.



La massima potenza utile in condizione di massima escursione si ottiene polarizzando il transistor nel punto intermedio della retta di carico (P_0), in cui:

$$I_{c0} = 3\text{A} \text{ e } V_{ce0} = \frac{V_{cc}}{2} = 12\text{V}$$

In assenza di segnale e trascurando il contributo della corrente di base, la potenza dissipata dal transistor è:

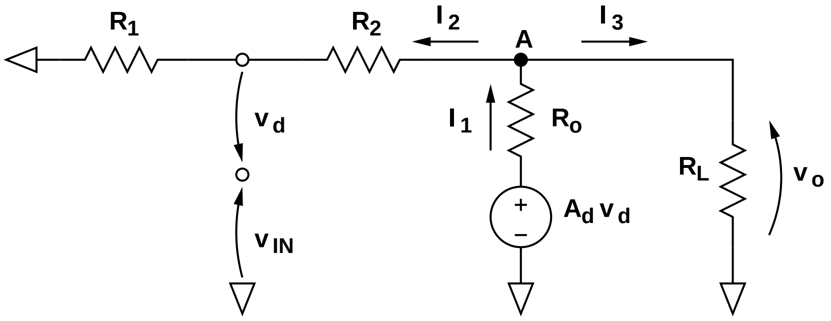
$$P_{dissipata} = V_{ce0} \cdot I_{c0} = 36\text{W}$$

Esercizio n° 2

Nel caso di op.amp. ideale, la tensione di uscita è:

$$v_o' = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_{IN}$$

Considerando anche la resistenza di uscita dell'op.amp., si può ricavare la funzione di trasferimento usando il circuito rappresentato in figura



da cui si ottiene il seguente sistema di equazioni di partenza:

1. $I_1 = I_2 + I_3$
2. $I_1 = \dfrac{A_d v_d - v_o}{R_o}$
3. $I_2 = \dfrac{v_o - (v_{IN} - v_d)}{R_2}$
4. $I_3 = \dfrac{v_o}{R_L}$
5. $v_d = v_{IN} - R_1 I_2$

Dalla 5 e dalla 3 si ricava:

$$v_d = v_{IN} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_o$$

Unendo questa alle 1, 2, 3, 4, si ottiene:

$$v_o = \frac{A_d}{\dfrac{A_d R_1}{R_1 + R_2} + 1 + \dfrac{R_o}{R_L} - \dfrac{R_1 R_o}{R_2 (R_1 + R_2)} + \dfrac{R_o}{R_2}} v_{IN}$$

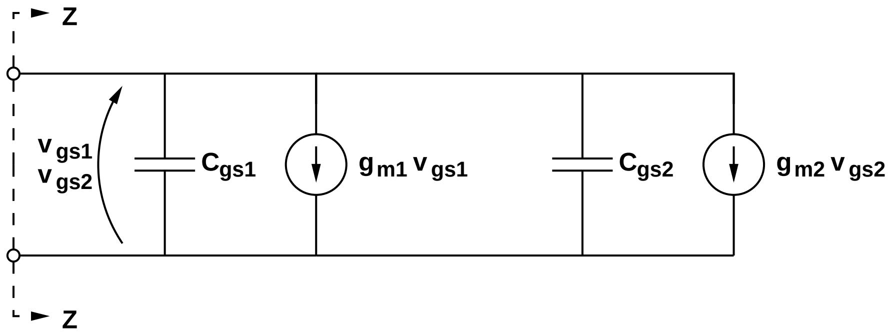
Conoscendo le espressioni di v_o e v_o', si può lavorare sullo scostamento relativo:

$$\varepsilon = \left|\frac{v_o - v_o'}{v_o}\right| = \left|1 - \frac{v_o'}{v_o}\right| = \left|1 - \frac{R_1 + R_2}{R_1 A_d}\left(\frac{A_d R_1}{R_1 + R_2} + 1 + \frac{R_o}{R_L} - \frac{R_1 R_o}{R_2 (R_1 + R_2)} + \frac{R_o}{R_2}\right)\right| < 8 \cdot 10^{-4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_d > 41250 = 92.3\text{dB}$$

Esercizio n° 3

Il circuito equivalente ai piccoli segnali è rappresentato in figura.



Dato che i generatori di corrente sono comandati dalla tensione ai loro capi, essi sono delle resistenze di valore $\frac{1}{g_{m1}}$ e $\frac{1}{g_{m2}}$.

L'impedenza complessivamente vista è:

$$Z(s) = \frac{1}{g_{m1} + g_{m2} + s\left(C_{gs1} + C_{gs2}\right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left|Z(j\omega)\right| = \frac{1}{\sqrt{\left(g_{m1} + g_{m2}\right)^2 + \omega^2\left(C_{gs1} + C_{gs2}\right)^2}}$$

Per calcolare i valori di g_{m1} e g_{m2} è necessario calcolare il valore di corrente che a riposo circola su M_1 e M_2. Considerando il seguente sistema di equazioni:

1. $I_{d1} = I_{d2}$
2. $I_{D1} = \frac{\beta_1}{2}\left(V_{GS1} - V_{Tn}\right)^2$
3. $I_{D2} = \frac{\beta_2}{2}\left(V_{SG2} - \left|V_{Tp}\right|\right)^2$
4. $V_{GS1} = V_O$
5. $V_{GS2} = V_{DD} - V_O$
6. $\beta_1 = K_n^{'}\left(\frac{W}{L}\right)_1 = 15m\frac{A}{V^2}$
7. $\beta_2 = K_p^{'}\left(\frac{W}{L}\right)_2 = 15m\frac{A}{V^2}$

Si ricava:

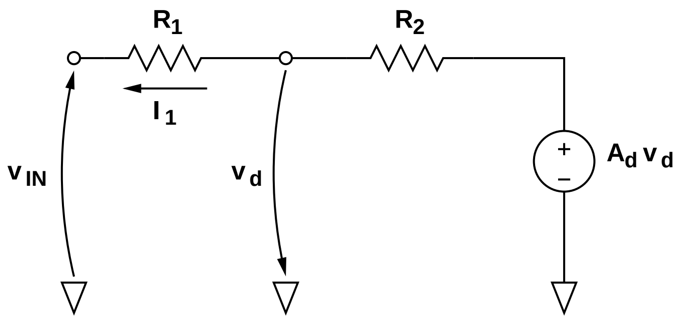
$$V_O = \frac{V_{DD} + V_{Tn} - \left|V_{Tp}\right|}{2} = 1.5 \Rightarrow I_{D1} = I_{D2} = 7.5mA \Rightarrow \begin{cases} g_{m1} = \sqrt{2K_n^{'}\left(\frac{W}{L}\right)_1 I_{D1}} = 15mS \\ g_{m2} = \sqrt{2K_p^{'}\left(\frac{W}{L}\right)_2 I_{D2}} = 15mS \end{cases}$$

Da cui si ottiene:

$$\left|Z\left(j\cdot 2\pi 5\text{GHz}\right)\right| = 20.8\Omega$$

Esercizio n° 4

E' necessario determinare la funzione di trasferimento fra v_{IN} e v_d. A tale scopo si usa il circuito ai piccoli segnali di figura.



Il sistema di equazioni è il seguente:

1. $I_1 = \dfrac{A_d v_d - v_{IN}}{R_1 + R_2}$
2. $v_d = 0 - \left(v_{IN} + R_1 I_1\right)$

Da cui si ricava la funzione di trasferimento:

$$v_d = -v_{IN}\frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_1 A_d}$$

Considerando la funzion di trasferimento dell'op.amp, si ottiene:

$$A_d = \frac{A_{d0}}{1 + j\dfrac{f}{f_p}} \Rightarrow v_d = -v_{IN}\frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_1\dfrac{A_{d0}}{1 + j\dfrac{f}{f_p}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_d\left(f\right) = -v_{IN}\frac{R_2\left(1 + j\dfrac{f}{f_p}\right)}{R_1 + R_2 + R_1 A_{d0} + j\left(R_1 + R_2\right)\dfrac{f}{f_p}}$$

Essendo $A_{d0} = 80\text{dB}$, allora f_p (frequenza del 1° polo) si trova 4 decadi sotto $f_T = 1.5\text{MHz}$, quindi $f_p = 150\text{Hz}$.

Il massimo valore di v_d si ottiene considerando il massimo valore di v_{IN}, cioè $v_{IN} = A$, ed il modulo della f.d.t. alla frequenza $f = 50\text{KHz}$:

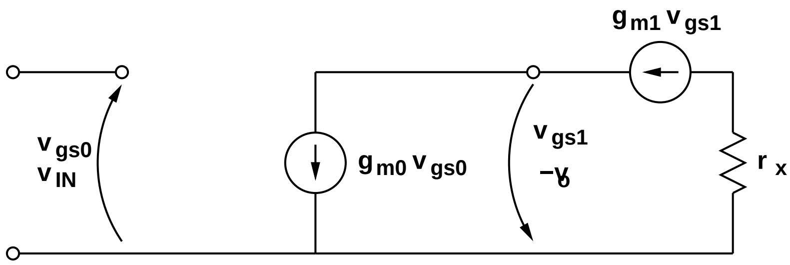
$$v_{d,MAX} = \frac{A \cdot R_2 \sqrt{1+\left(\frac{f}{f_p}\right)^2}}{\sqrt{\left(R_1 + R_2 + R_1 A_{d0}\right)^2 + \left[\left(R_1 + R_2\right)\frac{f}{f_p}\right]^2}} = 0.28V$$

Essendo v_{IN} un puro tono sinusoidale, anche v_d sarà un puro tono sinusoidale avente ampiezza $v_{d,MAX}$, perciò la variazione picco-picco di v_d è:

$$v_{pp} = 2 \cdot v_{d,MAX} = 0.56V$$

Esercizio n° 5

Per il calcolo del guadagno di tensione a vuoto e in bassa frequenza si usa il circuito ai piccoli segnali seguente:



In questo caso si ottiene il sistema:

$$\begin{cases} g_{m0}v_{gs0} = g_{m1}v_{gs1} \\ v_{gs0} = v_{IN} \\ v_{gs1} = -v_o \end{cases} \Rightarrow g_{m0}v_{IN} = -g_{m1}v_o \Rightarrow \frac{v_o}{v_{IN}} = -\frac{g_{m0}}{g_{m1}}$$

Operando con il calcolo letterale, si possono sostituire le formule per g_{m0} e g_{m1}. Tenendo presente che r_x è la resistenza alle variazioni del generatore di corrente, entrambi i dispositivi M_0 e M_1 vedono, a riposo, la stessa corrente I_{D0}. Complessivamente si ottiene:

$$\begin{cases} g_{m0} = \sqrt{2K_n^{'}\left(\frac{W}{L}\right)_0 I_{D0}} \\ g_{m1} = \sqrt{2K_n^{'}\left(\frac{W}{L}\right)_1 I_{D0}} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_o}{v_{IN}} = -\sqrt{\frac{\left(\frac{W}{L}\right)_0}{\left(\frac{W}{L}\right)_1}} = -2.2$$

Esercizio n° 6

L’esercizio si può risolvere per via grafica utilizzando i diagrammi di Bode.

Il sistema può essere ricondotto al modello unifilare tipico dei sistemi a retroazione negativa.

Il blocco sul ramo diretto è rappresentato dall’op.amp:

$$H_d(j\omega) = \frac{A_{d0}}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_p}}$$

Il blocco sul ramo di retroazione è rappresentato dal partitore LR:

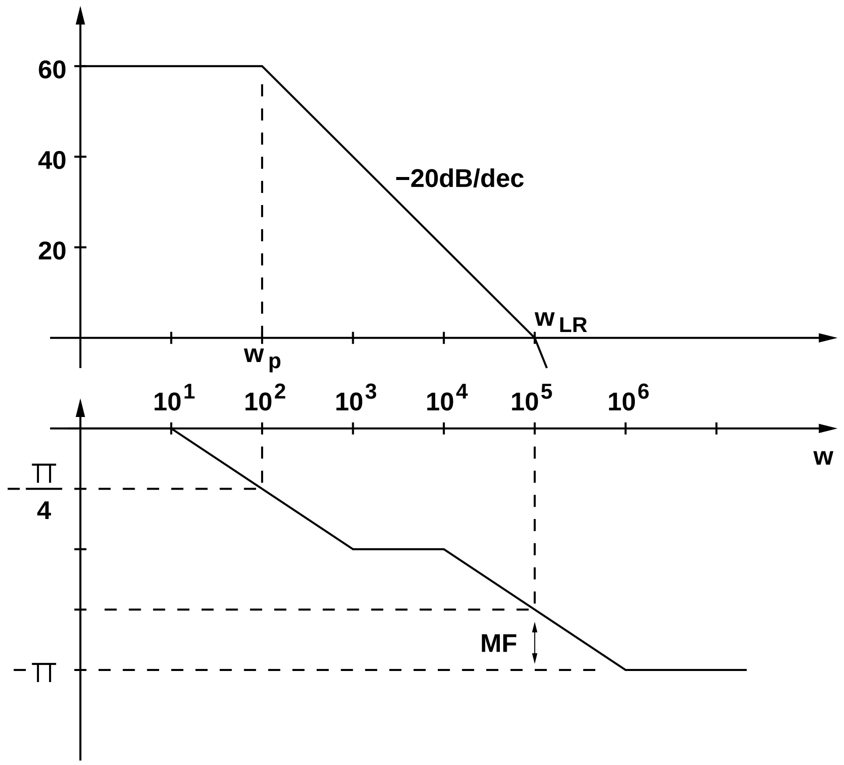
$$H_r(j\omega) = \frac{1}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_{LR}}}$$

$$\omega_{LR} = \frac{R}{L} = 10^5\ \mathrm{rad}/\mathrm{s}$$

Il guadagno d'anello ha funzione:

$$H_d H_r(j\omega) = \frac{A_{d0}}{\left(1 + j\dfrac{\omega}{\omega_p}\right)\left(1 + j\dfrac{\omega}{\omega_{LR}}\right)}$$

I diagrammi del modulo e della fase sono riportati in figura.



I poli sono sufficientemente lontani da non influenzarsi vicendevolmente, perciò, affinché il sistema abbia un margine di fase di 45°, è necessario che il secondo polo (ω_{LR}) stia sull'asse orizzontale del diagramma dei moduli.

Essendo ω_{LR} 3 decadi più grande di ω_p, ed essendo il guadagno in continua del sistema complessivo interamente determinato da A_{d0}, dal grafico si ottiene $A_{d0} = 60\mathrm{dB}$.

Esercizio n° 7

Essendo Q_1 in connessione a diodo ed acceso, esso lavora in regione lineare, quindi:

$$I_1 = \frac{2V_{CC} - V_\gamma}{R_1} = 12.29\mu A$$

Essendo $\beta_{pnp} = 120$, si può trascurare il contributo della corrente di base, perciò $I_1 \cong I_{C1} \cong I_{E1}$. Inoltre, essendo l'area di emettitore di Q_2 cinque volte maggiore di quella di Q_1, si ottiene

$$I_{C2} \cong I_{E2} = 5 \cdot I_{E1} = 61.4\mu A$$

Considerando che Q_3 lavori in regione lineare, le correnti di base e di collettore di Q_3 si possono calcolare come segue:

$$I_{B3} = I_{C2} - I_{R2} = I_{C2} - \frac{V_\gamma}{R_2} = 36.4\mu A \Rightarrow I_{C3} = \beta_{npn} I_{B3} = 4.37mA$$

La tensione di uscita si può calcolare considerando la rete di uscita del circuito, da cui si può scrivere il seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} I_{R3} = I_{R4} + I_{C3} \\ I_{R3} = \dfrac{V_{CC} - V_O}{R_3} \\ I_{R4} = \dfrac{V_O + V_{CC}}{R_4} \end{cases} \Rightarrow V_O = \frac{V_{CC}\left(\dfrac{1}{R_3} - \dfrac{1}{R_4}\right) - I_{C3}}{\left(\dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_4}\right)} = 842mV$$

Esercizio n° 8

Si può esprimere la corrente di base con l'espressione esponenziale. Inoltre, considerando la maglia che coinvolge R_B, si può scrivere:

$$\begin{cases} I_B = I_{BS} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \\ V_{BE} = 2V_{CC} - R_B I_B \end{cases} \Rightarrow V_{BE} = 2V_{CC} - R_B I_{BS} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}$$

La tensione termica può essere calcolata direttamente:

$$V_T = \frac{KT}{q} = \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 398}{1.602 \cdot 10^{-19}} = 34.3mV$$

Alternativamente, sapendo che alla temperatura di 27°C si ha $V_T \cong 25.8mV$ e che la variazione è lineare in temperatura, si può calcolare per proporzione a 125°C:

$$V_T = \frac{273 + 125}{273 + 27} \cdot 25.8 \cdot 10^{-3} = 34.228mV$$

L'equazione non può essere risolta per via diretta, perciò si può operare per tentativi scegliendo fra le risposte quella che meglio soddisfa l'uguaglianza:

$$\left.\begin{array}{l}[\mathrm{A}] \Rightarrow 652\mathrm{m} = -215 \\ [\mathrm{B}] \Rightarrow 566\mathrm{m} = -8.34 \\ [\mathrm{C}] \Rightarrow 521\mathrm{m} = 5.06 \\ [\mathrm{D}] \Rightarrow 608\mathrm{m} = -52.4 \\ [\mathrm{E}] \Rightarrow 700\mathrm{m} = -902 \\ [\mathrm{F}] \Rightarrow 543\mathrm{m} = 620\mathrm{m}\end{array}\right\} \Rightarrow \text{risposta } [\mathrm{F}]$$