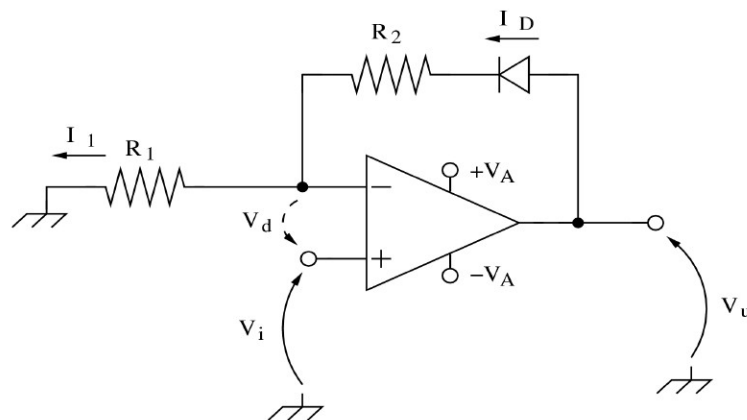


Fondamenti di Elettronica B/BC – A.A. 2009/2010

Correzione Prova n°1 del 12/01/10

Esercizio 1



Ipotesi Iniziale: si supponga l'amplificatore operazionale ideale; sulla base di questa ipotesi durante il funzionamento in regione di alto guadagno si può considerare:

$$1. \quad A_d = \frac{V_u}{V_d} = \infty \rightarrow V_d = 0 \quad (1)$$

In aggiunta (indipendentemente dalla regione di funzionamento):

$$2. \quad R_i = \infty \rightarrow I_i^\pm = 0 \quad (2)$$

$$3. \quad R_o = 0 \quad (3)$$

Si osservi che:

- Se il diodo è ON allora $I_d > 0$ (4)

- Se il diodo è OFF allora $I_d = 0$ (5)

Essendo nulla la corrente entrante nei morsetti dell'amplificatore operazionale si ha

$$I_1 = I_D \quad (6)$$

Se si suppone l'amplificatore operante in regione di alto guadagno, applicando il cortocircuito virtuale

$$V_{inn} = V_{inp} = V_i \rightarrow I_1 = I_D = \frac{V_{inn}}{R_1} = \frac{V_i}{R_1} \quad (7)$$

Pertanto:

- Se $V_i \geq 0 \rightarrow I_D \geq 0$: in questo caso osservato il verso della corrente I_D imposta dal circuito, si può concludere che il diodo è ON.
- Se $V_i < 0$ il circuito imporrebbe una corrente $I_D < 0$; ciò non è possibile, vista la caratteristica rettificatrice del diodo. Si può concludere dunque che in questa condizione il diodo è OFF e $I_D = 0$

Si procede dunque considerando i due differenti casi: $V_i > 0$ e $V_i < 0$

a) $V_i > 0$

Essendo il diodo ON, può essere sostituito, in prima approssimazione, da un generatore di tensione costante pari a V_γ con il terminale positivo rivolto verso l'anodo. In questo caso

$$\begin{cases} R_1 I_1 + R_2 I_D + V_y = V_u \\ I_1 = I_D \\ I_1 = \frac{V_i}{R_1} \end{cases} \quad (8), (9) \text{ e } (10)$$

Risolviendo si ottiene

$$v_u(t) = v_i(t) \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + V_y \quad (11)$$

b) $V_i < 0$

Il diodo è OFF; in questo caso $I_1 = I_D = 0$ quindi

$$V_{inn} = 0 \quad (12)$$

A fronte di ciò si deduce che, non essendo verificato il cortocircuito virtuale, l'amplificatore operazionale opera al di fuori della regione di alto guadagno e la tensione di uscita satura al valore della tensione di alimentazione negativa; in particolare

$$V_d = V_i - 0 \quad \text{con} \quad V_i < 0 \rightarrow v_u(t) = -V_A \quad (13)$$

Per calcolare il valor medio della tensione in uscita occorre procedere con l'integrazione su di un periodo del segnale sinusoidale di ingresso; in particolare occorre integrare la (11) nel semiperiodo in cui l'ingresso è positivo e la (13) nel semiperiodo in cui l'ingresso è negativo:

$$\overline{V_u} = \frac{1}{T} \int_0^T v_u(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \left[v_i(t) \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + V_y \right] d\omega t + \frac{1}{2\pi} \int_\pi^{2\pi} (-V_A) d\omega t \quad (14)$$

Inserendo l'espressione del segnale di ingresso e risolvendo si ottiene

$$\overline{V_u} = -1.35 V \quad (15)$$

Esercizio 2

Ipotesi Iniziale: si suppongano entrambe i transistori bipolari operanti in Zona Attiva Diretta. Sulla base di ciò

$$\begin{aligned} V_{BE1} &= V_{BE2} = V_y \\ \beta &= \beta_f \end{aligned} \quad (1)$$

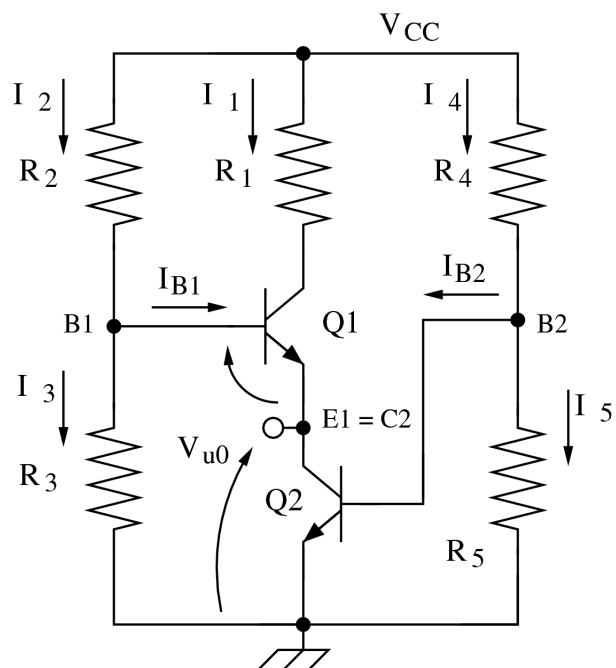
Per determinare la tensione di uscita si può partire dal bilancio delle correnti al morsetto di base di Q2 (nodo B2):

$$I_4 = I_{B2} + I_5 \quad (2)$$

Da questa equazione ed osservato che il potenziale del nodo B2 è noto, si ricava facilmente la corrente I_{B2} :

$$I_{B2} = \frac{(V_{CC} - V_y)}{R_4} - \frac{V_y}{R_5} \quad (3)$$

Trovato il valore di I_{B2} è immediato ricavare la corrente di base di Q1, I_{B1}



$$\begin{aligned} I_{E1} &= I_{C2} \\ I_{B1} &= \frac{I_{B2} \cdot \beta_f}{\beta_f + 1} \end{aligned} \quad (4)$$

Occorre ora ricavare la tensione del nodo B1, tramite bilancio delle correnti al medesimo nodo:

$$\begin{aligned} I_2 - I_{B1} - I_3 &= 0 \\ \frac{V_{CC} - V_{B1}}{R_2} - \frac{V_{B1}}{R_3} - I_{B1} &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Ricavato il valore di V_{B1} dalla (5), il valore della tensione di uscita $V_{u0} = V_{E1}$ si ricava per sottrazione della tensione V_{BE} di Q1:

$$V_{u0} = V_{B1} - V_y \rightarrow V_{u0} = 0.83V \quad (6)$$

Esercizio 3

Ipotesi Iniziale: si supponga il transistor bipolare operante in Zona Attiva Diretta. Sulla base di ciò

$$V_{BE} = V_y \quad (1)$$

Data la presenza della capacità C di disaccoppiamento, in regime stazionario la corrente di base di Q coincide con la corrente su R_1 :

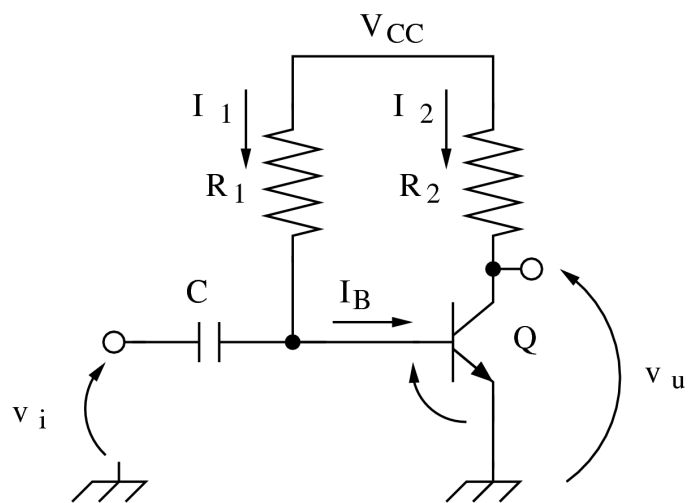
$$I_B = I_1 \quad (2)$$

Inoltre

$$V_{CC} - R_1 I_1 - V_y = 0 \quad (3)$$

$$\rightarrow I_1 = \frac{V_{CC} - V_y}{R_1} = 11.5 \mu A \quad (4)$$

Noto il punto di riposo possono essere calcolati i parametri del circuito equivalente per piccoli segnali; si noti che non essendo specificata la tensione di Early è lecito considerare infinita la resistenza r_{CE} del transistor:



$$r_{BE} = \frac{V_T}{I_B} = \frac{KT}{qI_B} = 3 k\Omega \quad (5)$$

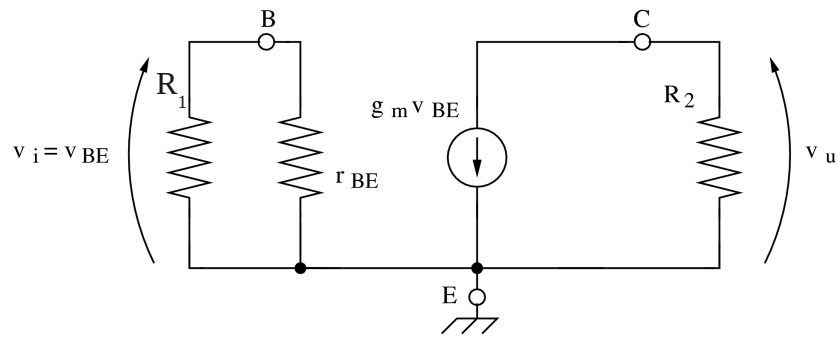
$$g_m = \frac{q\beta_F I_B}{KT} = 30 mS \quad (6)$$

Si osservi che $V_T(T = 300K) = 25.85mV$, pertanto

$$V_T(T = 400K) = 25.85mV * \frac{400}{300}$$

Trattandosi di uno stadio ad emettitore comune il tracciamento del circuito per piccoli segnali non presenta particolari difficoltà. Si noti che essendo richiesto il guadagno di tensione in centro-banda, è lecito considerare la capacità di disaccoppiamento come un

cortocircuito, omettendola nel circuito per piccoli segnali.



Analizzando la maglia di uscita si evince

$$v_u = -g_m v_{BE} R_2 \quad (7)$$

con

$$v_{BE} = v_i \quad (8)$$

Dalle quali

$$A_v = \frac{v_u}{v_i} = -g_m R_2 = -22.5 \quad (9)$$

Esercizio 4

Ipotesi Iniziale: si supponga il transistor bipolare operante in zona Attiva Diretta; si consideri il funzionamento in classe A e si supponga, non essendo diversamente specificato, $V_{CEsat} \approx 0$.

Come noto, per massimizzare l'efficienza teorica in classe A, occorre fissare il punto di riposo dell'uscita a metà tra il riferimento di massa e la tensione di alimentazione:

$$V_{u0} = \frac{V_{CC}}{2} \quad (1)$$

In questo modo il segnale di uscita può assumere la massima ampiezza possibile consentendo di massimizzare la potenza ceduta al carico e quindi l'efficienza. In particolare, considerando un ingresso e un'uscita sinusoidali (trascurando la distorsione armonica introdotta dall'amplificatore) si ha

$$V_{uM} = \frac{V_{CC}}{2} \quad (2)$$

$$P_{utile} = \frac{(V_u^{RMS})^2}{R_L} = \frac{\left(\frac{V_{uM}}{\sqrt{2}}\right)^2}{R_L} = \frac{V_{CC}^2}{8R_L} \quad (3)$$

dalla quale

$$V_{CC} = \sqrt{P_{utile} 8R_L} = 16V \quad (4)$$

Esercizio 5

Ipotesi Iniziale: si suppongano i transistori M1 e M2 operanti in regione di saturazione. La corrente di drain a riposo può dunque essere scritta come

$$I_{Di0} = \frac{\beta_{Mi}}{2} (V_{sgi0} - |V_{th}|)^2 \quad (1)$$

con $i=1,2$.

Per il transistor M1

$$I_{D10} = \frac{\beta_{M1}}{2} (V_{sg10} - |V_{th}|)^2 = 245 \mu A \quad (2)$$

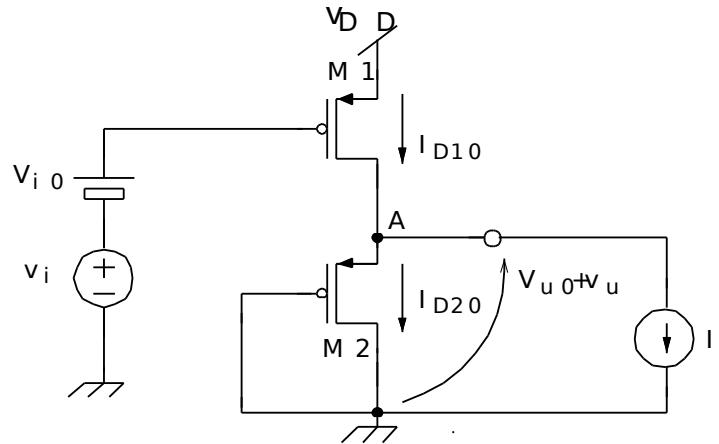
nella quale

$$V_{sg10} = V_{DD} - V_{i0} \quad (3)$$

Applicando il principio di Kirchhoff al nodo A si ottiene

$$I_{D20} = I_{D10} - I_B = 165 \mu A \quad (4)$$

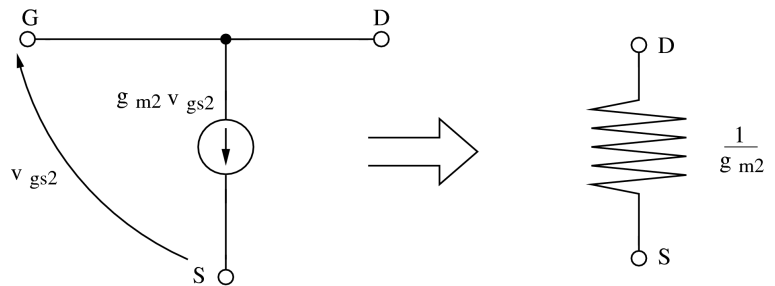
A questo punto occorre calcolare i parametri del circuito equivalente per piccoli segnali; non essendo specificato il parametro λ che descrive il fenomeno di modulazione della lunghezza di canale, è lecito trascurare la resistenza r_{ds} e quindi:



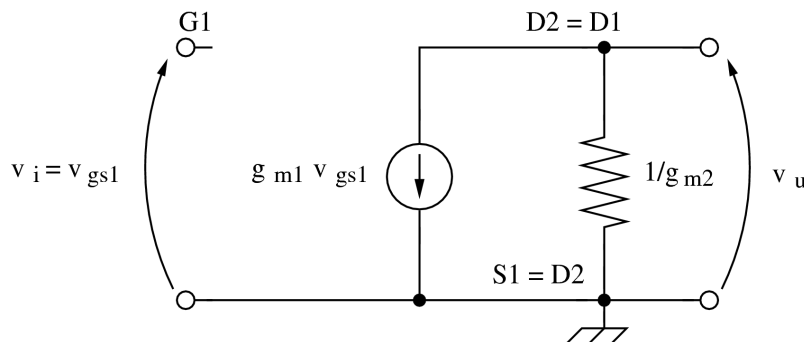
$$g_{m1} = \sqrt{2\beta_{M1}I_{D10}} = 700 \mu S \quad (5)$$

$$g_{m2} = \sqrt{2\beta_{M2}I_{D20}} = 257 \mu S \quad (6)$$

Prima di tracciare il circuito complessivo si consideri il solo M2; avendo gate e drain cortocircuitati, il circuito equivalente si riduce ad un generatore di corrente pilotato dalla tensione ai propri capi; in sostanza esso equivale ad una resistenza pari a $1/g_{m2}$.



Sulla base di questa osservazione il circuito alle variazioni complessivo si riduce al seguente:



Analizzando la maglia di uscita

$$v_u = -g_{m1} v_{gs1} \frac{1}{g_{m2}} \quad \text{con} \quad v_{gs1} = v_i \quad (7)$$

Dalle quali

$$A_v = \frac{v_u}{v_i} = \frac{-g_{m1}}{g_{m2}} = -2.7 \quad (8)$$

Esercizio 6

Ipotesi Iniziali:

A. Si supponga l'amplificatore operazionale ideale e operante in regione di alto guadagno:

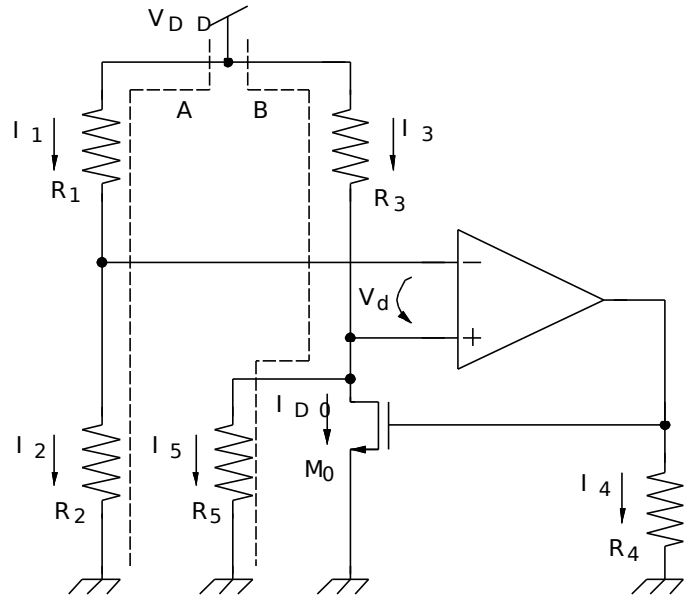
$$1. \quad A_d = \frac{V_u}{V_d} = \infty \rightarrow V_d = 0$$

In aggiunta (indipendentemente dalla regione di funzionamento):

$$2. \quad R_i = \infty \rightarrow I_i^\pm = 0$$

$$3. \quad R_o = 0$$

B. Si supponga il transistor MOS operante in regione di saturazione.



Analizzando la maglia A:

$$V_{DD} - R_1 I_1 - R_2 I_2 = 0 \quad (1)$$

Analizzando la maglia B:

$$V_{DD} - R_3 I_3 - R_5 I_5 = 0 \quad (2)$$

Siccome l'amplificatore operazionale, supposto ideale, non assorbe corrente dai morsetti di ingresso si ha

$$I_1 = I_2 \quad (3)$$

Unendo la (1) e la (3)

$$I_1 = I_2 = \frac{V_{DD}}{R_1 + R_2} = 625 \mu A \quad (4)$$

Inoltre

$$V_{inn} = R_2 I_2 = 3.75 V \quad (5)$$

Per il cortocircuito virtuale $V_d = 0 \rightarrow V_{inp} = V_{inn} = 3.75 V$ quindi

$$I_5 = \frac{V_{inp}}{R_5} = 40 \mu A \quad (6)$$

Sostituendo nella (2) si ricava

$$I_3 = \frac{V_{DD} - R_5 I_5}{R_3} = 120 \mu A \quad (7)$$

Applicando il principio di Kirchhoff al morsetto non invertente dell'operazionale si ottiene

$$I_{D0} = I_3 - I_5 = 80 \mu A \quad (8)$$