

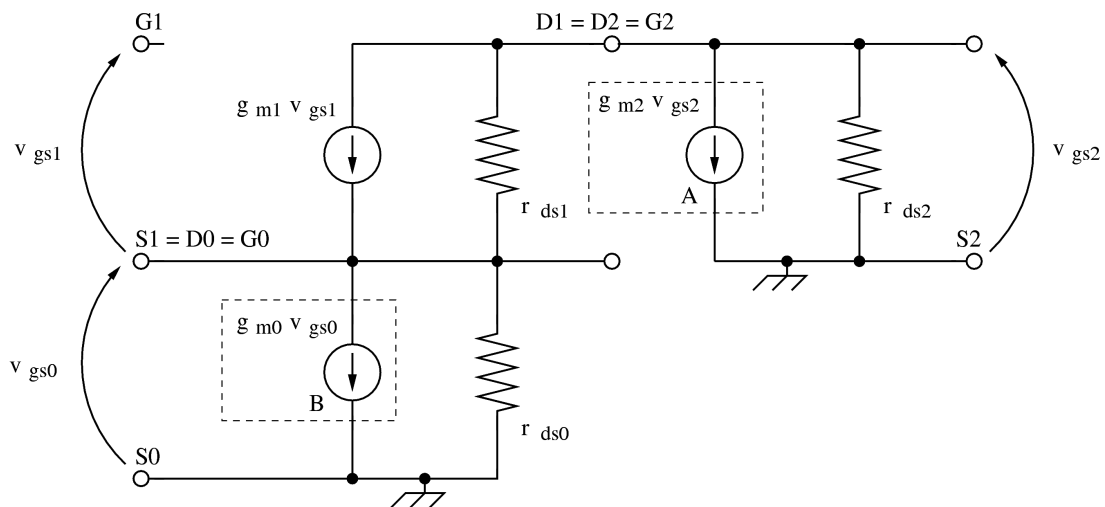
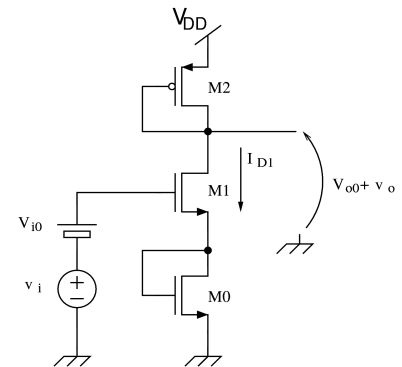
Fondamenti di Elettronica B/BC – A.A. 2008/2009

Correzione Prova n°5 del 04/09/09

Esercizio 1

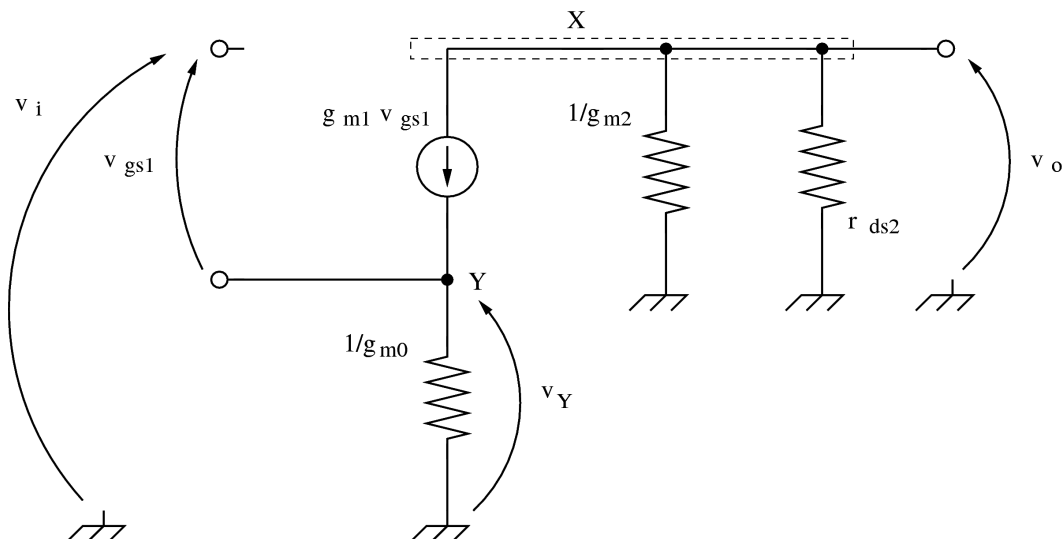
Ipotesi iniziale: Tutti i transistori MOSFET operanti in regione di saturazione.

Per il calcolo del guadagno occorre tracciare il circuito equivalente per piccoli segnali.



generatori di corrente pilotati A e B sono comandati dalla tensione che si trova ai propri capi; come noto, in questa situazione il generatore stesso è equivalente ad una resistenza di valore dato dal reciproco della transconduttanza del generatore di partenza.

Non essendo diversamente specificato il fattore λ_N è da ritenersi nullo e la resistenza r_{ds} dei transistori M0 e M1 può essere considerata infinita; in altri termini r_{ds0} e r_{ds1} possono essere rimosse dal circuito. Il circuito equivalente può essere tracciato come segue:



Innanzitutto occorre scrivere le equazioni ai nodi X e Y

$$X: \quad g_{m1} v_{gs1} + v_o g_{ds2} + v_o g_{m2} = 0 \quad (1)$$

$$Y: \quad g_{m1} v_{gs1} = v_Y g_{m0} \quad (2)$$

Nelle quali

$$g_{ds2} = \frac{1}{r_{ds2}} \quad (3)$$

D'altro canto

$$v_i - v_{gs1} - v_Y = 0 \quad (4)$$

Unendo la (1), la (2) e la (3) si ottiene un sistema di tre equazioni nelle tre incognite v_{gs1} , v_Y , v_o (si ricordi che v_i è lo stimolo di ingresso e quindi è un termine noto).

Risolvendo il sistema si ottiene:

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{-g_{m1} g_{m0}}{(g_{m1} + g_{m0})(g_{ds2} + g_{m2})} \quad (5)$$

Come ultima cosa occorre determinare i parametri del circuito equivalente corrispondenti al punto di riposo; su tutti i transistori scorre la stessa corrente I_{D1} quindi:

$$g_{m0} = \sqrt{2K'_N \left[\frac{W}{L} \right]_{M0}} I_{D1} = 1.22 \text{mA} \quad (6)$$

$$g_{m1} = \sqrt{2K'_N \left[\frac{W}{L} \right]_{M1}} I_{D1} = 3.87 \text{mA} \quad (7)$$

$$g_{m1} = \sqrt{2K'_P \left[\frac{W}{L} \right]_{M2}} I_{D1} = 324 \mu A \quad (8)$$

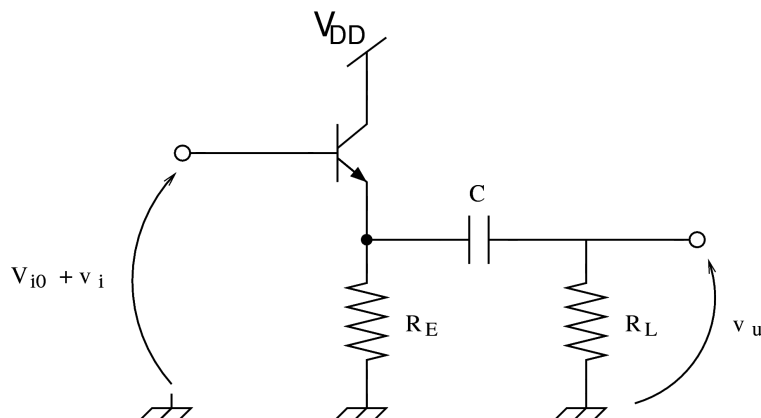
$$g_{ds2} = \frac{1}{r_{ds2}} = \lambda_P I_{D1} = 15 \mu S \quad (9)$$

Sostituendo i valori numerici nella (5) si ottiene

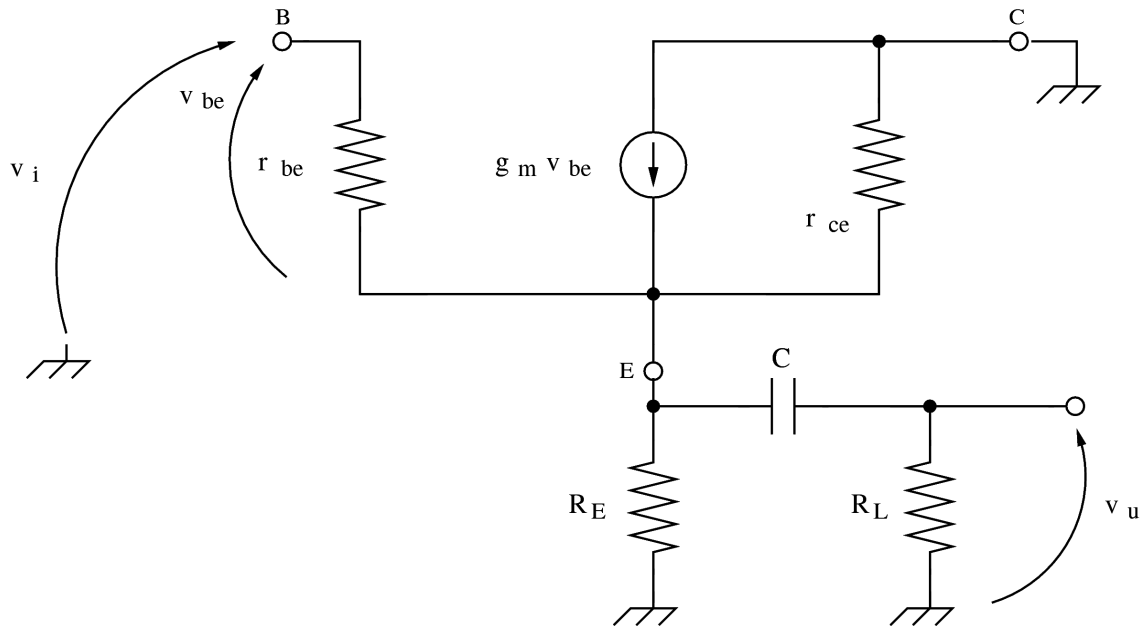
$$A_v = -2.74 \quad (10)$$

Esercizio 2

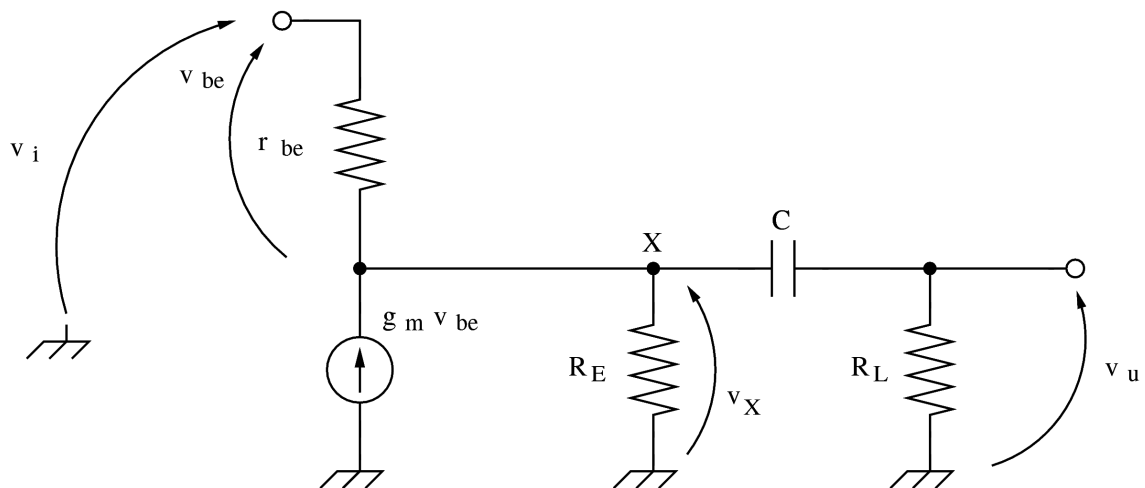
Ipotesi iniziale: Il transistor bipolare opera in zona attiva diretta.



Per prima cosa occorre tracciare il circuito per piccoli segnali:



Non essendo specificata la tensione di Early, la resistenza r_{ce} può essere supposta infinita e quindi eliminata; dopo alcune modifiche il circuito equivalente risulta il seguente:



Per prima cosa si può scrivere l'equazione al nodo X:

$$\frac{v_{be}}{r_{be}} + v_{be} g_m = \frac{v_X}{R_E} + \frac{v_u}{R_L} \quad (1)$$

ovvero, in termini di conduttanze

$$v_{be} g_{be} + v_{be} g_m = v_X G_E + v_u G_L \quad (2)$$

nella quale

$$g_{be} = \frac{1}{r_{be}} \quad (3)$$

$$G_E = \frac{1}{R_E} \quad (4)$$

$$G_L = \frac{1}{R_L} \quad (5)$$

In secondo luogo si può esprimere v_x in funzione di v_u

$$v_x = \frac{v_u}{R_L} \left(R_L + \frac{1}{sC} \right) = v_u \frac{G_L + sC}{sC} \quad (6)$$

Inoltre

$$v_{be} = v_i - v_x \quad (7)$$

Sostituendo la (6) e la (7) nella (2) e risolvendo rispetto a v_u si ottiene

$$v_i (g_m + g_{be}) = v_u \left[\frac{sG_L C + (G_L + sC)(g_m + g_{be} + G_E)}{sC} \right] \quad (8)$$

Dalla quale

$$\frac{v_u}{v_i} = \frac{s(g_m + g_{be})C}{G_L(g_m + g_{be} + G_E) + sC(G_L + G_E + g_m + g_{be})} \quad (9)$$

Passando nel dominio delle pulsazioni

$$\frac{v_u}{v_i} = \frac{j\omega(g_m + g_{be})C}{G_L(g_m + g_{be} + G_E) + j\omega C(G_L + G_E + g_m + g_{be})} = \frac{(g_m + g_{be})C}{G_L(g_m + g_{be} + G_E)} \frac{j\omega}{1 + j\omega \frac{(G_L + G_E + g_m + g_{be})C}{G_L(g_m + g_{be} + G_E)}} \quad (10)$$

Nella quale è stata raccolta la costante moltiplicata a numeratore e la parte reale a denominatore.

Il guadagno espresso dalla (10) contiene uno zero nell'origine e un polo in ω_p dove

$$\omega_p = \frac{G_L(g_m + g_{be} + G_E)}{(G_L + G_E + g_m + g_{be})C} \quad (11)$$

Per calcolare lo sfasamento tra ingresso e uscita è sufficiente calcolare l'argomento della funzione di trasferimento alla pulsazione desiderata:

$$\text{Argomento} \left(\frac{v_u}{v_i} \right)_{\omega_0} = 90^\circ - \arctg \frac{\omega_0(G_L + G_E + g_m + g_{be})C}{G_L(g_m + g_{be} + G_E)} \quad (12)$$

nella quale 90° è il contributo dello zero nell'origine e il secondo addendo è il contributo del polo.

Considerato che

$$G_L = \frac{1}{R_L} = 2\text{mS} \quad (13)$$

$$G_E = \frac{1}{R_E} = 1.67\text{mS} \quad (14)$$

$$g_m = 38.5\text{mS} \quad (15)$$

$$g_{be} = \frac{1}{r_{be}} = \frac{g_m}{\beta_F} = 320.8\mu\text{S} \quad (16)$$

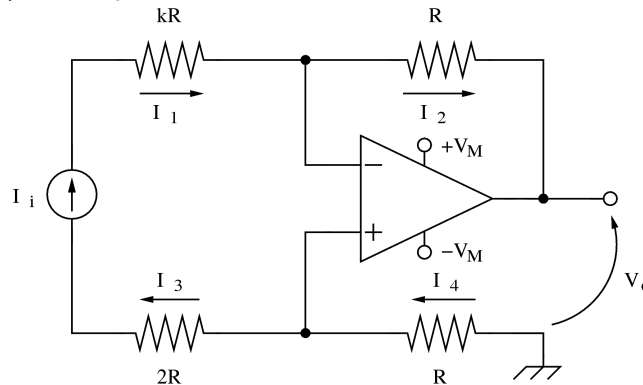
La (12) diviene

$$\text{Argomento} \left(\frac{v_u}{v_i} \right)_{\omega_0} = 32^\circ \quad (17)$$

Esercizio 3

Ipotesi iniziale: Amplificatore operazionale ideale e operante in regione di alto guadagno

- (A) $R_i = \infty \rightarrow I_i = 0$
 (B) $A_d = \infty \rightarrow v_d = v_p - v_n = 0$
 (C) $R_o = 0$



Per l'ipotesi (A) la corrente entrante nei morsetti di ingresso dell'amplificatore operazionale è nulla, quindi

$$I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = I_i \quad (1)$$

Il potenziale del morsetto non invertente risulta

$$v_p = -RI_4 = -RI_i \quad (2)$$

Per il cortocircuito virtuale il potenziale del morsetto di ingresso invertente uguaglia quello del morsetto non invertente, quindi

$$v_n = v_p = -RI_i \quad (3)$$

Analizzando la maglia di uscita

$$v_n - RI_2 - v_o = 0 \quad (4)$$

Dalla quale

$$v_o = v_n - RI_2 = -4.5V \quad (5)$$

Essendo $-V_M < v_o < +V_M$ l'ipotesi (B), relativa al cortocircuito virtuale, è corretta.

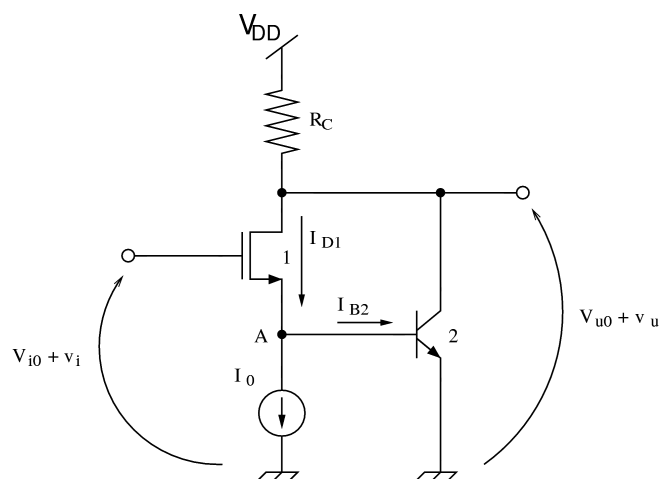
Esercizio 4

Ipotesi iniziale: Transistore MOSFET operante in regione di saturazione e transistore bipolare operante in zona attiva diretta.

Per prima cosa occorre studiare il punto di riposo del circuito. Essendo specificata la corrente di drain il punto di lavoro del transistore 1 è noto; la transconduttanza

g_{m1} risulta:

$$g_{m1} = \sqrt{2\mu_N C_{OX} \left[\frac{W}{L} \right]_1 I_{D10}} = 447 \mu S \quad (1)$$



Per individuare il punto di lavoro del transistor bipolare occorre scrivere l'equazione al nodo A:

$$I_{D10} = I_{B20} + I_0 \quad (2)$$

dalla quale

$$I_{B20} = I_{D10} - I_0 = 15 \mu A \quad (3)$$

$$I_{C20} = \beta_{F2} I_{B20} = 1.125 mA \quad (4)$$

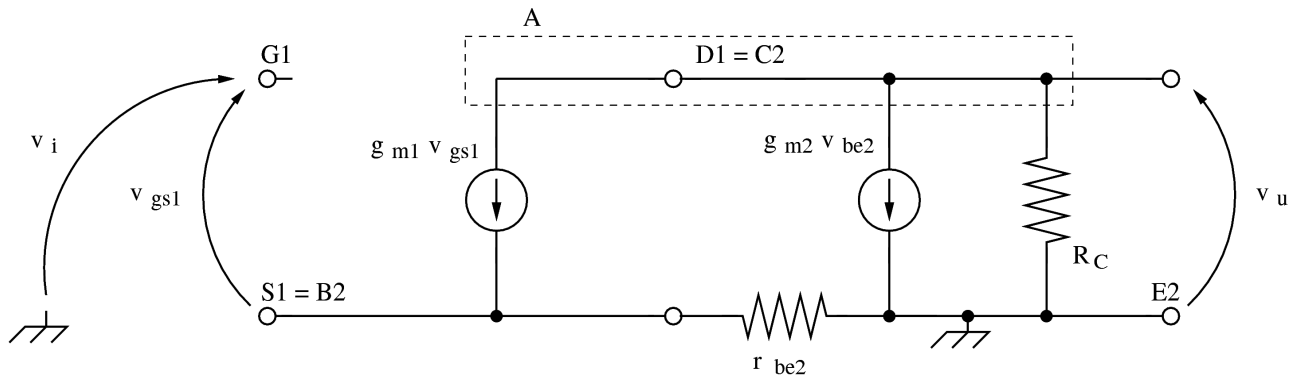
Noto il punto di lavoro del transistor 2 si ricava

$$g_{m2} = \frac{I_{C20}}{V_{th}} = \frac{qI_{C20}}{KT} = 43.5 mS \quad (5)$$

$$r_{be2} = \frac{\beta_{F2}}{g_{m2}} = 1.724 kohm \quad (6)$$

dove q è la carica elementare, K è la costante di Boltzman e T la temperatura assoluta.

Per il calcolo del guadagno occorre tracciare il circuito per piccoli segnali:



Al nodo A:

$$g_{m1} v_{gs1} + g_{m2} v_{be2} + v_u G_C = 0 \quad (7)$$

nella quale

$$G_C = \frac{1}{R_C} \quad (8)$$

Inoltre

$$v_i - v_{gs1} - v_{be2} = 0 \quad (9)$$

Si noti che il generatore $g_{m1} v_{gs1}$ è in serie con la resistenza r_{be2} quindi

$$v_{be2} = g_{m1} v_{gs1} r_{be2} \quad (10)$$

Unendo le equazioni (7), (9) e (10) si ottiene un sistema di tre equazioni nelle tre incognite v_{gs1} , v_{be2} e v_u ; risolvendo rispetto a quest'ultima si ottiene:

$$v_i \left[\frac{g_{m1} (1 + g_{m2} r_{be2})}{1 + g_{m1} r_{be2}} \right] = -v_u G_C \quad (11)$$

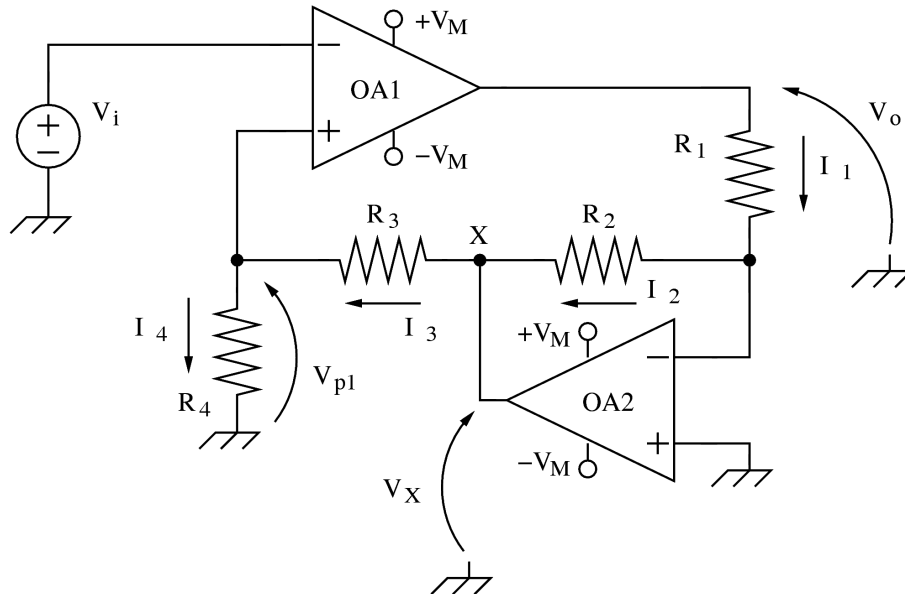
dalla quale

$$A_v = \frac{v_u}{v_i} = -R_C \left[\frac{g_{m1} (1 + g_{m2} r_{be2})}{1 + g_{m1} r_{be2}} \right] = -9.6 \quad (12)$$

Esercizio 5

Ipotesi iniziale: Amplificatori operazionali ideali e operanti in regione di alto guadagno

- (A) $R_i = \infty \rightarrow I_i = 0$
 (B) $A_d = \infty \rightarrow v_d = v_p - v_n = 0$
 (C) $R_o = 0$



Per il cortocircuito virtuale (B)

$$V_{p1} = V_{n1} = V_i \quad (1)$$

quindi

$$I_4 = \frac{V_{p1}}{R_4} = \frac{V_i}{R} \quad (2)$$

Per l'ipotesi (A)

$$I_3 = I_4 = \frac{V_i}{R} \quad (3)$$

Considerando la maglia che include R_4 , R_3 e il terminale di uscita dell'amplificatore operazionale si ha

$$V_{p1} + R_3 I_3 - V_x = 0$$

$$V_x = V_{p1} + R_3 I_3 = V_i + R_3 \frac{V_i}{R} = V_i \left(1 + \frac{3R}{R} \right) = 4V_i \quad (4)$$

Sempre per il cortocircuito virtuale

$$V_{n2} = V_{p2} = 0 \quad (5)$$

quindi

$$I_2 = \frac{(V_{n2} - V_x)}{R_2} = \frac{-4V_i}{R} \quad (6)$$

Per l'ipotesi (A)

$$I_1 = I_2 = \frac{-4V_i}{R} \quad (7)$$

quindi

$$V_u = R_1 I_1 + V_{n2} = -2R \frac{4V_i}{R} = -8V_i = -6.4V \quad (8)$$

Si noti che essendo $-V_M < V_X < +V_M$ e $-V_M < V_u < +V_M$ l'ipotesi (B) è corretta.

Esercizio 6

Ipotesi iniziale: Transistore bipolare in regione attiva diretta.

Osservazione: Siccome il guadagno di corrente β_F non è particolarmente elevato, trascurare la corrente di base del bipolare significherebbe commettere un errore significativo nel calcolo del risultato.

Al nodo B:

$$I_{B1} + I_B = I_{B2} \quad (1)$$

Analizzando la maglia contenente R_{B1} e R_{B2} si ha:

$$+V_A - R_{B1} I_{B1} - R_{B2} I_{B2} - (-V_A) = 0$$

$$2V_A - R_{B1} I_{B1} - R_{B2} I_{B2} = 0 \quad (2)$$

Analizzando la maglia contenente R_{B2} , R_1 e la giunzione base-emettitore del transistore bipolare si ottiene:

$$+V_A - R_1 I_E - V_{eb} - R_{B2} I_{B2} - (-V_A) = 0$$

$$2V_A - R_1 I_E - V_{eb} - R_{B2} I_{B2} = 0 \quad (3)$$

Per l'ipotesi fatta

$$V_{eb} = V_y = 0.7V \quad (4)$$

$$I_E = (\beta_F + 1) I_B \quad (5)$$

$$I_C = \beta_F I_B \quad (6)$$

Mettendo a sistema la (1), la (2), la (3), la (4) e la (5) si ottiene un sistema di 5 equazioni nelle 5 incognite I_{B1} , I_{B2} , I_B , I_E e V_{eb} ; risolvendo rispetto a I_B si ottiene

$$I_B = \frac{2V_A \frac{R_{B1}}{R_{B1} + R_{B2}} - V_y}{R_1 (\beta_F + 1) + \frac{R_{B1} R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}}} = 95 \mu A \quad (7)$$

La tensione di uscita può essere calcolata, impiegando la (6), come segue

$$V_{u0} = -V_A + R_2 I_C = -V_A + R_2 \beta_F I_B = -0.98V \quad (8)$$

