

## SOLUZIONI ESAME FONDAMENTI ELETTRONICA BC/B del 9/01/08

1) Si consideri il circuito a piccoli segnali in figura 1, nel quale si identifica già l'impedenza  $Z_0$ . Si noti che non compare nessun parametro differenziale inerente ai transistori  $M_0$  e  $M_1$ , perché essi formano uno specchio di corrente ideale ( $\lambda_p=0 \rightarrow r_{DS}=\infty$ ) quindi ai piccoli segnali sono dei circuiti aperti.

$$Z_o = r_{ce} // (1/sC_L) = \frac{r_{ce}}{1 + sC_L r_{ce}}$$

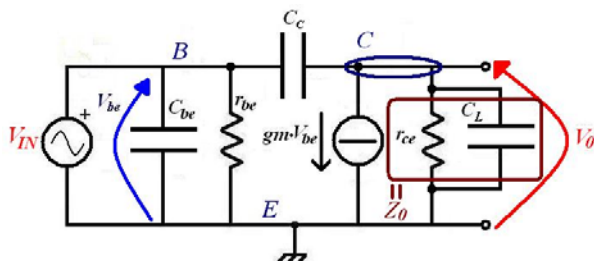


Fig.1.

Eseguendo il bilancio delle correnti al nodo "C" del circuito a piccoli segnali si ottiene:

$$(V_{in} - V_o) * sC_c = gmV_{be} + \frac{V_o}{Z_o} \quad \text{ma } V_{be}=V_{in} \text{ quindi} \quad V_{in} * (sC_c - gm) = V_o * \left(\frac{1}{Z_o} + sC_c\right)$$

$$A_v(s) = \frac{V_o}{V_{in}} = \frac{(sC_c - gm) * Z_o}{1 + sC_c * Z_o} = \frac{(sC_c - gm) * r_{ce}}{1 + sr_{ce} * (C_c + C_L)} = -gm * r_{ce} * \frac{1 - s \frac{C_c}{gm}}{1 + sr_{ce} * (C_c + C_L)}$$

Essendo  $\omega_t$  la frequenza alla quale il modulo del guadagno di tensione diviene unitario e ponendo  $C_x=C_c+C_L$  si può scrivere:

$$|A_v(j\omega_t)| = \frac{\sqrt{gm^2 r_{ce}^2 + r_{ce}^2 \omega_t^2 C_c^2}}{\sqrt{1 + r_{ce}^2 \omega_t^2 C_x^2}} = 1 \Rightarrow gm^2 r_{ce}^2 + r_{ce}^2 \omega_t^2 C_c^2 = 1 + r_{ce}^2 \omega_t^2 C_x^2 \quad \text{da cui}$$

$$f_t = \frac{1}{2\pi} * \sqrt{\frac{gm^2 r_{ce}^2 - 1}{r_{ce}^2 * (C_x^2 - C_c^2)}}$$

$$\left(\frac{W}{L}\right)_{M1} = 3 * \left(\frac{W}{L}\right)_{M0} \Rightarrow I_{d1} = 3I_{d0} = I_{C0} \Rightarrow gm = \frac{I_{C0}}{V_T} = \frac{3 * I_{B0}}{V_T} = \frac{3 * 0.25 * 10^{-3}}{25.6 * 10^{-3}} = 29.3mS \quad \text{e}$$

$$r_{ce} = \frac{|V_A|}{I_{C0}} = 40K\Omega$$

per cui, sostituendo nell'espressione di  $f_t$  i valori appena ricavati, si trova  **$f_t=767MHz$** .

2) Essendo polarizzati con la stessa corrente di collettore ed avendo lo stesso  $\beta_F$ , i transistor presentano le medesime  $g_m$  e  $r_{be}$ .  $g_{m1} = g_{m2} = g_m = \frac{I_{B0}/2}{V_T} = 23.4 \text{ mS}$   $r_{be1} = r_{be2} = r_{be} = \frac{\beta_F}{g_m} = 2.137 \text{ K}\Omega$

Ai piccoli segnali il circuito viene così rappresentato:

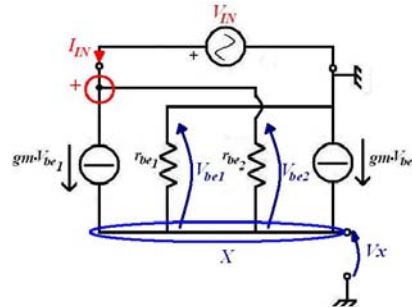


Fig.2.

Facendo il bilancio delle correnti al nodo X si ottiene:

$$g_m V_{be1} + g_m V_{be2} + g_{be} V_{be2} + g_{be} V_{be1} = 0 \text{ ma } V_{be1} = 0 - V_x \text{ e } V_{be2} = V_{in} - V_x \text{ ponendo anche}$$

$g_m' = g_m + g_{be} \cong g_m$  e combinando le equazioni si giunge a scrivere  $-g_m' V_x + g_m' (V_{in} - V_x) = 0$  da cui  $V_x = \frac{V_{in}}{2}$ .

Eseguendo poi il bilancio delle correnti al nodo “+” si può scrivere:

$$I_{in} = g_m V_{be1} + g_{be} V_{be2} = g_m (-V_x) + g_{be} (V_{in} - V_x) = -g_m \frac{V_{in}}{2} + g_{be} \frac{V_{in}}{2} \Rightarrow R_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = \frac{2}{g_{be} - g_m} = -87.2 \Omega$$

3) Si applica la sovrapposizione degli effetti, per cui si può calcolare il contributo di ogni causa indipendente di tensione o di corrente alla tensione di uscita  $V_o$ . Si assuma il c.c.v (da verificare). Contributo di  $V_y$ : si considerino cortocircuitati gli altri generatori di tensione ( $V_x=0$ ) e aperti i generatori di corrente ( $I_B=0$ ). Questo è un normale amplificatore in configurazione non invertente per cui:  $V_o' = V_y * \left(1 + \frac{R}{0.25R}\right) = 6.5V$

Contributo di  $V_x$ :

$$V_y=0, I_B=0. \text{ Normale amplificatore invertente, per cui } V_o'' = V_x * \left(-\frac{R}{0.25R}\right) = -4V$$

Contributo di  $I_B$ :

$V_y=0, V_x=0$ . La corrente  $I_B$  scorre sia lungo il ramo diretto che su quello in retroazione (dai morsetti di ingresso l'operazionale non assorbe corrente); il morsetto di ingresso “-” per il corto circuito virtuale è a 0V.

$$V_o''' = -R * I_B = -1V$$

Per cui  $V_o = V_o' + V_o'' + V_o''' = 1.5V$ . Poiché  $|V_o| < V_M$  l'ipotesi di c.c.v è corretta.

4) La capacità in DC è un circuito aperto per cui il generatore  $V_{in0}$  non influisce sulla polarizzazione del transistor. Si verifica che il transistor “Q<sub>0</sub>” lavora in zona attiva diretta per cui vale che

$$V_{BE0} = V_\gamma = 0.7V$$

$$I_{C0} = \beta_F * I_{B0} \quad \text{infatti } V_{CE0} = V_{DD} - R_L * I_{C0} - R_E * (B_F + 1) * I_{B0} = 6V > V_{CEsat}$$

$$V_{CE0} > V_{CEsat}$$

Tenendo presente lo schema di figura si può scrivere il bilancio delle correnti al nodo “X”:

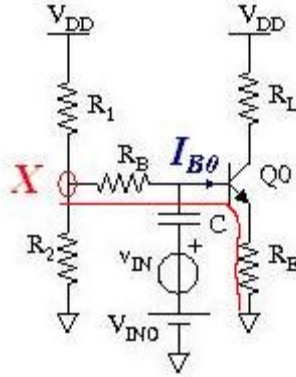


Fig.3.

$$\frac{V_{DD} - V_X}{R_1} = \frac{V_X}{R_2} + I_{B0} \quad \text{da cui } V_X = \frac{V_{DD} * R_2 - I_{B0} * R_1 * R_2}{R_2 + R_1} = 1.364V$$

Si scrive l’equazione della maglia indicata in rosso:

$$V_X - V_{be} - R_E * (\beta_F + 1) * I_{B0} - R_B * I_{B0} = 0 \quad \text{da cui } R_B = \frac{V_X - V_{be} - R_E * (\beta_F + 1) * I_{B0}}{I_{B0}} = 2.524K\Omega$$

5) Ipotesi: “Q<sub>0</sub>” in zona attiva diretta. Ciò implica che  $V_{be}=V_\gamma$  per cui  $V_E=V_{IN0}-V_\gamma=0.8V$ ,  
 “M<sub>1</sub>”, “M<sub>2</sub>” in saturazione:

$$V_{GS0} > V_{TN}$$

$$I_{D0} = \frac{K_n'}{2} * \frac{W}{L} * (V_{GS0} - V_{TN})^2 \quad (\text{per l'N-MOS}) \quad \text{mentre per il P-MOS è il duale.}$$

$$V_{DS0} > V_{GS0} - V_{TN}$$

$$V_{GS1} = V_E = 0.8V \Rightarrow I_1 = I_{D1} = \frac{K_n'}{2} * \left(\frac{W}{L}\right)_{M1} * (V_{GS1} - V_{TH})^2 = 225\mu A$$

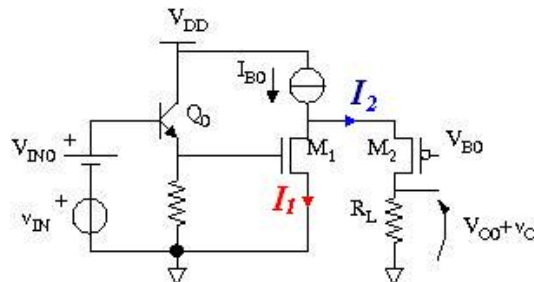


Fig.4

Dal circuito si nota che  $I_{B0} = I_1 + I_2 \Rightarrow I_2 = I_{B0} - I_1 = 125\mu A$

Da cui  $V_{O0} = R_L * I_2 = 1V$

Verifica ipotesi:

$$I_2 = I_{D2} = \frac{K_p'}{2} * \left(\frac{W}{L}\right)_{M2} * (V_{SG2} - |V_{TP}|)^2 \Rightarrow V_{SG2} = \sqrt{\frac{2I_2}{K_p' * \left(\frac{W}{L}\right)_{M2}}} + |V_{TP}| = 0.767V \Rightarrow$$

$$V_{S2} = V_{SG2} + V_{G2} = V_{SG2} + V_{B0} = 5.767V \Rightarrow V_{SD2} = V_{S2} - V_{D2} = V_{S2} - V_{O0} = 4.747V > V_{SG2} - |V_{TP}|$$

Ok ip. di saturazione per “M<sub>2</sub>”.

$$V_{DS1} = V_{D1} - V_{S1} = V_{S2} - 0 = 5.767V > V_{GS1} - V_{TN} \Rightarrow V_{SD2} = V_{S2} - V_{D2} = V_{S2} - V_{O0} = 4.747V > V_{SG2} - |V_{TP}|$$

Ok ip. di saturazione per “M<sub>1</sub>”.

$$V_{CE0} = V_{DD} - V_E = 9.2V > V_{CEsat}$$

Ok ip. di zona attiva diretta per “Q<sub>0</sub>”.

6) I transistori “Q<sub>1</sub>” e “Q<sub>2</sub>” sono percorsi dalla stessa corrente I<sub>B0</sub> perché sono sullo stesso ramo, inoltre, essendo “Q<sub>1</sub>” uguale a “Q<sub>0</sub>” lo specchio di corrente formato da Q<sub>0</sub> e Q<sub>1</sub> presenta un rapporto di specchiatura pari ad 1 per cui “Q<sub>0</sub>”, “Q<sub>1</sub>” e “Q<sub>2</sub>” sono tutti percorsi dalla stessa corrente di collettore.

$$I_{C2_0} = I_{C1_0} = I_{B0} = 0.25mA$$

$$r_{ce2} = r_{ce1} = \frac{|V_{A-NPN}|}{I_{C2_0}} = \frac{|V_{A-PNP}|}{I_{C1_0}} = 40K\Omega \quad gm_2 = gm_1 = \frac{I_{B0}}{V_T} = 9.8mS$$

$$I_{C3_0} = I_{X0} = 2mA$$

$$r_{ce3} = \frac{|V_{A-NPN}|}{I_{C3_0}} = 5K\Omega \quad gm_3 = \frac{I_{C3_0}}{V_T} = 78.1mS$$

Si mostra il circuito a piccoli segnali:

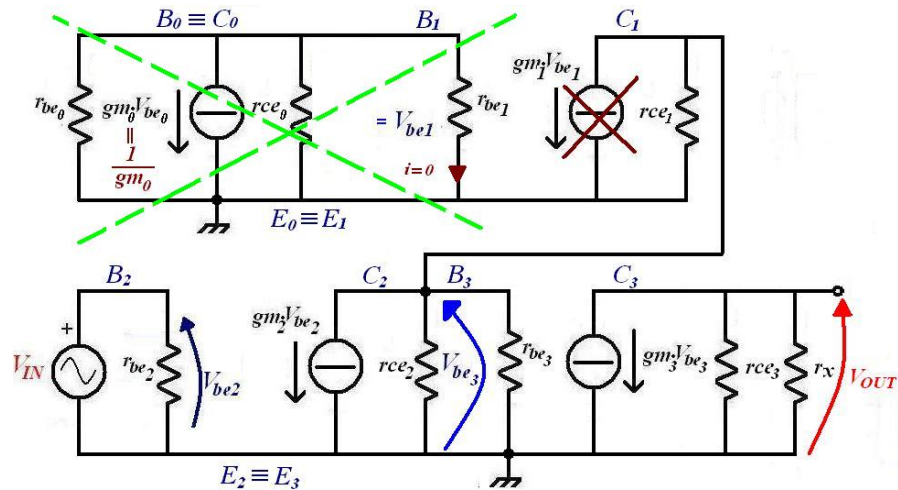


Fig.5.

La parte di circuito con il tratteggio verde non ha effetti a piccoli segnali perché rappresenta un parallelo di resistenze non percorse da corrente, questo ha come diretta conseguenza il fatto che  $V_{be1}=0V$  e quindi che si apra il generatore di corrente “ $gm_1 V_{be1}$ ”.

$$V_{out} = -gm_3 * (r_{ce3} // r_x) * V_{be3}$$

$$V_{be3} = -gm_2 * (r_{ce1} // r_{ce2} // r_{be3}) * V_{be2}$$

$$V_{be2} = V_{IN}$$

$$Av = \frac{V_{out}}{V_{IN}} = gm_3 * gm_2 * (r_{ce1} // r_{ce2} // r_{be3}) * (r_{ce3} // r_x) = 2.47K \quad \text{dove:}$$

$$r_{be3} = \frac{\beta_{PNP}}{gm_3} = 1.024K\Omega$$

7)

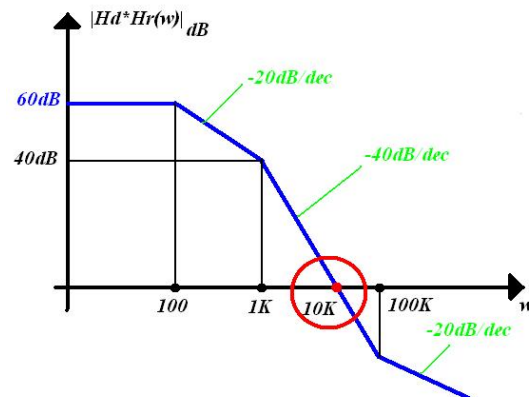


Fig.6.

Dal tracciamento del grafico relativo al modulo del guadagno d'anello ( $|HdHr|dB$ ) si ricava la pulsazione  $\omega_t$  ovvero la pulsazione alla quale il guadagno d'anello è unitario.

$\omega_t=10Krad/s$ .

Siccome in questo caso poli e zeri hanno contributi fasoriali che si intersecano (ad es: un polo non ha ancora terminato il suo effetto sulla fase che sopraggiunge il contributo di uno zero, ecc...) risulta difficile calcolare il margine di fase con i diagrammi asintotici, per cui si procede in via analitica al calcolo dell'argomento di  $H_d H_r(\omega_t)$ .

$$\arg[H_d H_r(\omega_t)] = -\arctan\left(\frac{\omega_t}{\omega_p}\right) - \arctan\left(\frac{\omega_t}{\omega_{pr}}\right) + \arctan\left(\frac{\omega_t}{\omega_{zr}}\right) = -168^\circ \Rightarrow PM = \Pi - \arg[H_d H_r(\omega_t)] = 12^\circ$$

8) Occorre studiare il circuito a piccoli segnali di tutto l'amplificatore perché l'operazionale non è ideale.

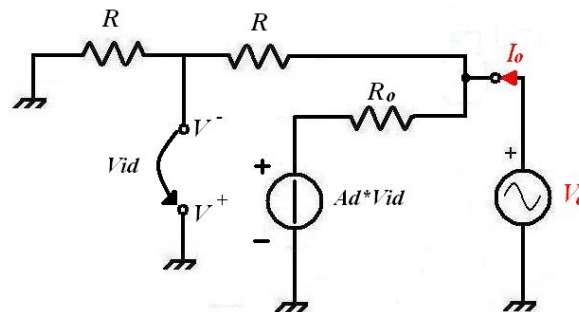


Fig.7.

Si può scrivere:

$$V_{id} = V^+ - V^- = -V^- \quad V^- = \frac{V_o}{2}$$

$$i_o = \frac{V_o}{2R} + \frac{V_o - A_d * V_{id}}{R_o} = \frac{V_o}{2R} + \frac{V_o + A_d * V_o / 2}{R_o} = \frac{V_o}{2R} + \frac{A_d * V_o}{2R_o} + \frac{V_o}{R_o} \Rightarrow$$

$$Z_o(j\omega) = \frac{V_o}{i_o} = \frac{2R_o R}{R_o + 2R + A_d R_o} = \frac{2R_o R}{R_o + 2R + \frac{A_{d0} R}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_p})}} \Rightarrow$$

$$|Z_o(j\omega_0)| = \left| \frac{2R * R_o * (1 + j\frac{\omega_0}{\omega_p})}{R_o + 2R + R * A_{d0} + j\frac{\omega_0}{\omega_p} * (R_o + 2R)} \right| \cong 2R * R_o * \sqrt{\frac{1^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega_p^2}}{R^2 * A_{d0}^2 + (R_o + 2R)^2 \frac{\omega_0^2}{\omega_p^2}}} = 760\Omega$$