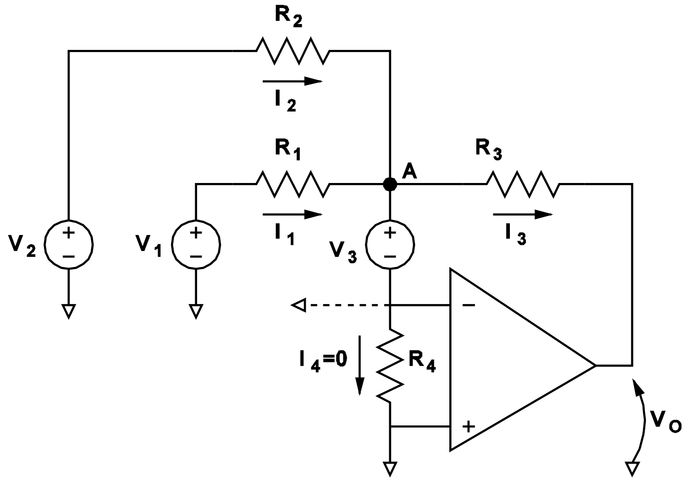
Correzione Prova n° 6

Esercizio n° 1

Considerando l'op.amp. ideale, e supponendo che lavori in cortocircuito virtuale, la resistenza R_4 non è attraversata da corrente e l'ingresso negativo dell'op.amp. assume il potenziale di massa. Da quanto detto e dal fatto che l'op.amp. non assorbe corrente dagli ingressi risulta che il generatore V_3 non eroga o assorbe corrente.

La soluzione dell'esercizio può essere, quindi, ottenuta considerando la figura seguente, nella quale sono indicate anche le considerazioni fatte.



Applicando la legge delle correnti al nodo A, si ottiene il sistema:

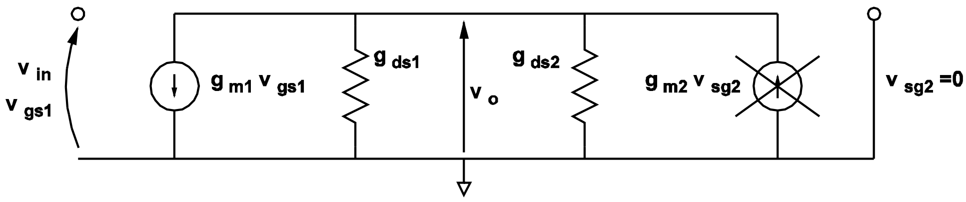
1. $I_2 + I_1 = I_3$
2. $I_2 = \dfrac{V_2 - V_3}{R_2}$
3. $I_1 = \dfrac{V_1 - V_3}{R_1}$
4. $I_3 = \dfrac{V_3 - V_0}{R_3}$

Combinando le equazioni si ottiene:

$$V_O = R_3\left[V_3\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) - \frac{V_2}{R_2} - \frac{V_1}{R_1}\right] = 3.75\text{V}$$

Esercizio n° 2

L'esercizio si risolve passando al circuito equivalente per piccoli segnali che consente di calcolare il guadagno in continua.



Essendo $v_{sg2} = 0$, il generatore di corrente $g_{m2} v_{sg2}$ non eroga corrente, quindi è un aperto.

Il guadagno di corrente risulta essere:

$$\frac{v_o}{v_i} = -\frac{g_{m1}}{g_{ds1} + g_{ds2}}$$

$$g_{m1} = \sqrt{2k_n' \left(\frac{W}{L}\right)_{M1} I_{D1\_0}}$$

$$g_{ds1} = \frac{\lambda_1 I_{D1\_0}}{1+\lambda_1 V_{DS1\_0}} \cong \lambda_1 I_{D1\_0}$$

$$g_{ds2} = \frac{\lambda_2 I_{D2\_0}}{1+\lambda_2 V_{SD2\_0}} \cong \lambda_2 I_{D2\_0} = \lambda_2 \left(I_B - I_{D1\_0} \right)$$

Imponendo la condizione sul guadagno in continua e risolvendo per I_B, si ottiene:

$$-\frac{g_{m1}}{g_{ds1} + g_{ds2}} = -60 \quad \Rightarrow \quad I_B = \frac{\sqrt{2k_n' \left(\frac{W}{L}\right)_{M1} I_{D1\_0}}}{\lambda_2 \cdot 60} - \left(1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right) I_{D1\_0} = 635\ \mu A$$

Esercizio n° 3

L'esercizio si può risolvere ragionando a ritroso come segue:

1. $V_{O0} = V_{DD} - R_2 I_{D2}$
2. $I_{D2} = \dfrac{k_n' \left(\frac{W}{L}\right)_{M2}}{2} \left(V_{GS2} - V_{Tn} \right)^2$
3. $V_{GS2} = V_{IN0} - V_{GS1}$
4. $V_{GS1} = V_{IN0} - R_1 I_{D1} \Rightarrow I_{D1} = \dfrac{V_{IN0} - V_{GS1}}{R_1}$
5. $I_{D1} = \dfrac{k_n' \left(\frac{W}{L}\right)_{M1}}{2} \left(V_{GS1} - V_{Tn} \right)^2$

Considerando la 4 e la 5, si ottiene, per uguaglianza, una equazione di secondo grado in cui l'incognita è V_{GS1}. Risolvendo tale equazione si ottiene:

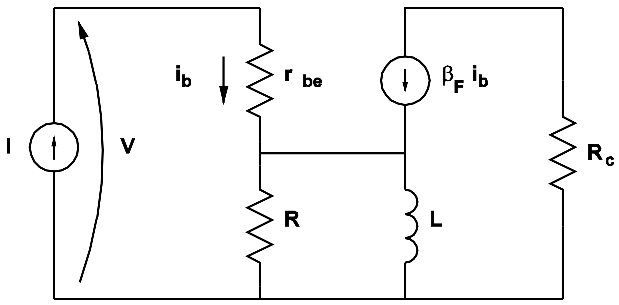
$$V_{GS1} = \begin{cases} 731\text{mV} \\ 216\text{mV} \end{cases}$$

Essendo $V_{Tn} = 500mV$ il valore da considerare è $V_{GS1} = 731mV$ perché è l'unico che consenta al dispositivo di accendersi.

A questo punto è sufficiente sostituire il valore trovato nella 3 e ripercorrere le equazioni fino alla 1, ottenendo $V_{O0} \cong 2V$.

Esercizio n° 4

L'esercizio si risolve passando ai piccoli segnali:



Il generatore di corrente I è stato aggiunto al fine di calcolare l'impedenza di ingresso:

$$Z_{IN}(j\omega) = \frac{V}{I}$$

E' quindi sufficiente trovare una relazione fra V ed I come segue:

$$V = r_{be} i_b + (\beta_F i_b + i_b)(R // L)$$

$$(R // L) = \frac{j\omega LR}{R + j\omega L}$$

$$i_b = I$$

$$r_{be} = \frac{V_{th}}{I_{B0}} = 516\Omega$$

Componendo queste equazioni si ottiene:

$$Z_{IN}(j\omega) = \frac{V}{I} = \frac{r_{be}R + j\omega L\left[r_{be} + R(\beta_F + 1)\right]}{R + j\omega L}$$

$$\left|Z_{IN}(j2\pi\, 20MHz)\right| = \sqrt{\frac{(r_{be}R)^2 + \omega^2 L^2\left[r_{be} + R(\beta_F + 1)\right]^2}{R^2 + \omega^2 L^2}} \cong 2K$$

Esercizio n° 5

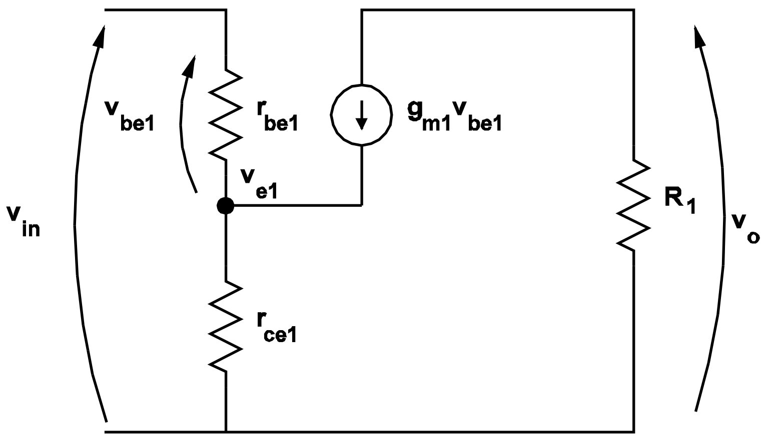
L'esercizio si risolve considerando il circuito equivalente ai piccoli segnali mostrato in figura.

Supponendo il valore di β_F (non fornito dal testo) molto grande e $V_\gamma = 0.7V$, Q2 e Q3 lavorano rispettivamente con $V_{CE2\_0} = 0.7V$ □ $V_{CE3\_0} = V_{i0} - V_\gamma = 1V$, il che consente di trascurare l'effetto della modulazione della V_{CE} sul rapporto di specchiatura che può, quindi, essere considerato ideale.

Si può quindi considerare:

$$I_{C0\_3} = I_{C0\_2} = I_{C0\_1} = I_{R2} = \frac{V_{CC} - V_{\gamma}}{R_2} = 2.15\text{mA}$$

Inoltre, essendo β_F grande, si può trascurare i_{b1} rispetto a $g_{m1}v_{be1}$.



La f.d.t. si ottiene considerando il seguente sistema:

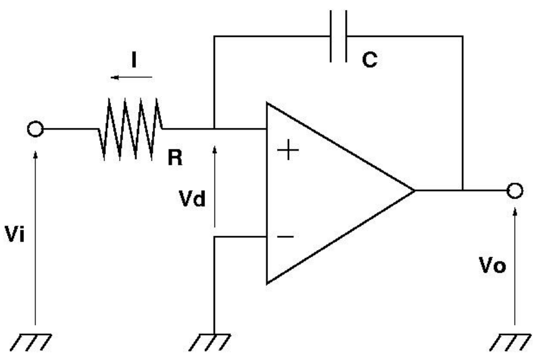
$$\begin{cases} v_o = -g_{m1}v_{be1}R_1 \\ v_{be1} = v_i - v_{e1} \\ v_{e1} = r_{ce3}g_{m1}v_{be1} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_o}{v_i} = -\frac{g_{m1}R_1}{1+g_{m1}r_{ce3}} \cong -\frac{R_1}{r_{ce3}} = 0.13$$

in cui $r_{ce3} = \dfrac{V_A}{I_{C0\_3}}$.

Esercizio n° 6

Per stabilire quali valodi di guadagno A_{d0} rendono il sistema instabile occorre:

- Individuare l'epressione del guadagno di tensione del sistema stesso $A_V = V_o/V_i$
- Individuare i poli di tale guadagno
- Determinare quali valori di A_{d0} rendono la Parte Reale dei poli positiva



In relazione allo schema di figura, si possono scrivere le seguenti equazioni:

$$V_o = A_d V_d \quad (1)$$

$$V_d = V^p - V^n \quad (2)$$

nella quale V^p e V^n sono i potenziali riferiti a massa dei morsetti del amplificatore operazionale positivo e negativo rispettivamente con

$$V^n = 0 \tag{3}$$

$$V^p = V_i + (V_o - V_i)\frac{R}{R + \frac{1}{sC}} = V_i + (V_o - V_i)\frac{sRC}{1 + sRC} \tag{4}$$

Sostituendo la (3) e la (4) nella (2) e quest'ultima nella (1) si ottiene

$$V_o = A_d\left[V_i + (V_o - V_i)\frac{sRC}{1 + sRC}\right] \tag{5}$$

dalla quale si ricava l'espressione del guadagno $A_V = V_o / V_i$

$$A_V = \frac{A_d}{1 + sRC(1 - A_d)} \tag{6}$$

inserendo l'espressione del guadagno A_d del operazionale fornita nel testo si ottiene

$$A_V = \frac{A_{d0}}{\tau RCs^2 + [\tau + RC(1 - A_{d0})]s + 1} \tag{7}$$

Per ottenere i poli del guadagno occorre calcolare le soluzioni dell'equazione caratteristica, ottenuta annullando il denominatore:

$$polo_{1,2} = \frac{-[\tau + RC(1 - A_{d0})] \pm \sqrt{[\tau + RC(1 - A_{d0})]^2 - 4\tau RC}}{2\tau RC} \tag{8}$$

In ogni caso il sistema risulta instabile se almeno un polo presenta parte reale positiva.

A questo punto è necessario discutere il discriminante, dipendente a sua volta da A_{d0} , in modo da individuare l'espressione della parte reale dei poli.

Avendo posto

$$\Delta = [\tau + RC + RCA_{d0}]^2 - 4\tau RC \tag{9}$$

si trova che

- $\Delta > 0$ se e solo se $0 < A_{d0} < 172{,}5 \cup A_{d0} > 229{,}5$

  In questo caso

  $$\Re[polo_{1,2}] = \frac{-[\tau + RC(1 - A_{d0})] \pm \sqrt{[\tau + RC(1 - A_{d0})]^2 - 4\tau RC}}{2\tau RC} \tag{10}$$

  e quindi

  $$\Re[polo_{1,2}] > 0 \text{ se e solo se } A_{d0} > 201 \tag{11}$$

  che unito alla condizione che garantisce $\Delta > 0$ porta a concludere

  $$A_{d0} > 229{,}5 \tag{12}$$

- $\Delta \le 0$ se e solo se $172{,}5 \le A_{d0} \le 229{,}5$

In questo caso

$$\Re\left[polo_{1,2}\right]=\frac{-\left[\tau+RC\left(1-A_{d0}\right)\right]}{2\tau RC} \tag{13}$$

e quindi

$$\Re\left[polo_{1,2}\right]>0 \quad \text{se e solo se} \quad A_{d0}>201 \tag{14}$$

In conclusione il valore minimo di A_{d0} che rende il sistema instabile è

$$A_{d0}^{MIN}=201\rightarrow 46\text{dB} \tag{15}$$