

COGNOME:
CORSO DI LAUREA:

NOME:

MATRICOLA:

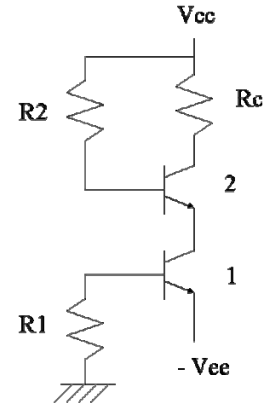
Ai fini della determinazione del voto verrà utilizzato un peso positivo pari a 1 in caso di risposta corretta ed un peso negativo pari a -0.2 in caso di risposta errata.

Negli esercizi, ove necessario e salvo indicazioni contrarie, si consideri che i circuiti operino a temperatura ambiente, che gli OP-AMP siano ideali e lavorino in c.c. virtuale. Si utilizzi $V_\gamma = 0.7 \text{ V}$ per le giunzioni p-n in diretta. Si osservi

inoltre che la transconduttanza di un MOSFET in saturazione può essere calcolata come $g_m = \sqrt{2\mu C_{ox} \frac{W}{L} I_{D0}}$.

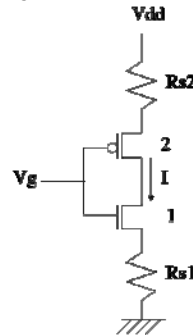
A.1) Quanto vale nel circuito in figura la tensione V_{CE2} ?

Dati: $V_{cc} = 5 \text{ V}$, $V_{ee} = 2 \text{ V}$, $\beta_1 = \beta_2 = 80$, $R_1 = 150 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 490 \text{ k}\Omega$, $R_C = 2 \text{ k}\Omega$.



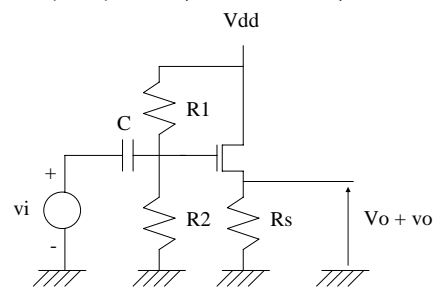
A.2) Supponendo che i MOSFET lavorino entrambi in saturazione, calcolare il valore della corrente I .

Dati: $V_{T1} = -V_{T2}$, $V_{DD} = 3.5 \text{ V}$, $V_G = 1.5 \text{ V}$, $R_{S1} = 100 \Omega$, $R_{S2} = 200 \Omega$, $(W/L)_1 = 20$, $(W/L)_2 = 50$, $\mu C_{oxN} = 50 \mu\text{A/V}^2$, $\mu C_{oxP} = 20 \mu\text{A/V}^2$



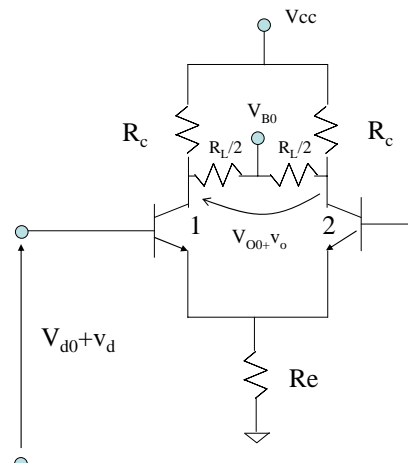
B.1) Si calcoli il valore del guadagno di tensione $A_V = v_o/v_i$ in centro-banda.

Dati: $V_{DD} = 3 \text{ V}$, $V_o = 1.5 \text{ V}$, $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 200 \text{ k}\Omega$, $R_S = 500 \Omega$, $(W/L) = 10$, $\mu C_{oxN} = 173 \mu\text{A/V}^2$



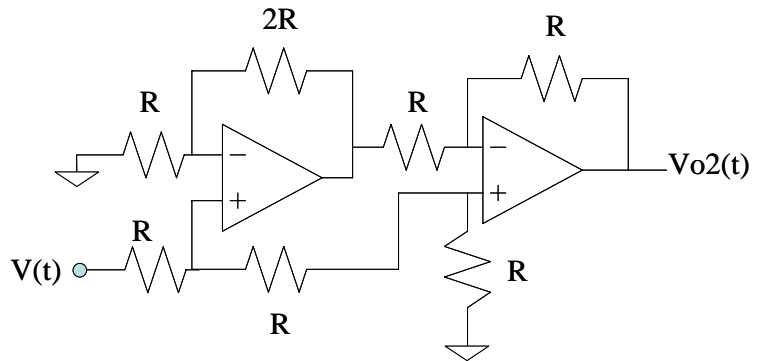
B.2) Si calcoli il valore del guadagno di tensione $A_D = v_o/v_d$.

Dati: $R_C = 750 \Omega$, $R_L = 800 \Omega$, $I_{C01} = I_{C02} = 3.5 \text{ mA}$.



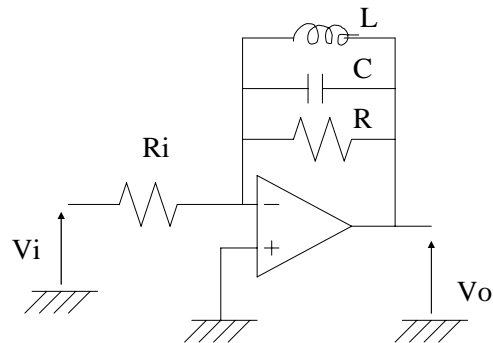
C.1) Si calcoli il valore dell'ampiezza della tensione di uscita V_{O2} . *Suggerimento: si consideri di utilizzare il metodo della sovrapposizione degli effetti.*

Dati: $V(t) = V_M \sin \omega t$, $V_M = 1.8 \text{ V}$.



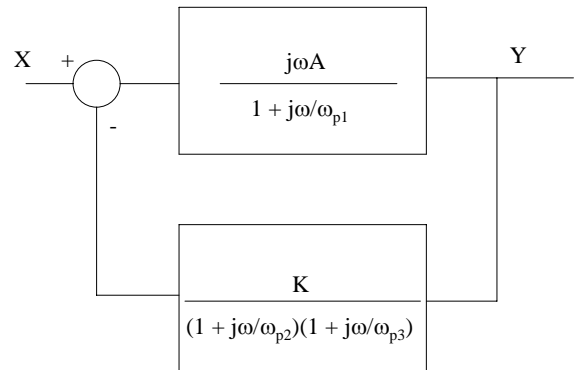
C.2) Si calcoli la frequenza alla quale il guadagno V_o/V_i vale -30. Si consideri a tale scopo l'amplificatore operazionale privo di effetti reattivi.

Dati: $R = 900 \Omega$, $L = 100 \text{ nH}$, $C = 100 \text{ pF}$, $R_i = 30 \Omega$.



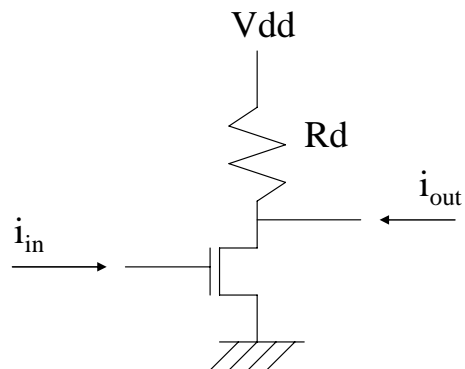
D.1) Si calcoli il margine di fase del sistema in figura. *Si faccia uso dell'approssimazione asintotica per tracciare il diagramma dei moduli.*

Dati: $A = -1 \text{ s/rad}$, $K = -10$, $\omega_{p1} = 10^2 \text{ rad/s}$, $\omega_{p2} = 10^5 \text{ rad/s}$, $\omega_{p3} = 10^8 \text{ rad/s}$.



D.2) Si calcoli la frequenza f_T alla quale il modulo del guadagno di corrente con uscita in corto-circuito vale 0 dB.

Dati: $g_m = 0.07 \text{ S}$, $c_{GS} = 2 \text{ pF}$, $c_{GD} = 0.5 \text{ pF}$.



SVOLGIMENTO:

A.1) Supporremo che entrambi i transistori siano polarizzati in regione attiva diretta; dal circuito si osserva l'uguaglianza:

$$I_{C1} = I_{E2}$$

Le equazioni alle maglie di base dei transistori consentono poi di ricavare la correnti di base dei transistori come segue:

$$I_{B1} = \frac{V_{EE} - V_{\gamma}}{R_1}$$
$$I_{B2} = \frac{V_{CC} - V_{\gamma} - V_{E2}}{R_2}$$

Ricordando che in regione attiva diretta le correnti dei dispositivi sono legate dalle relazioni lineari:

$$I_{C1} = I_{B1} \cdot \beta_1$$
$$I_{E2} = I_{B2} \cdot (\beta_2 + 1)$$

l'uguaglianza osservata inizialmente per le correnti diviene:

$$\beta_1 \cdot \frac{V_{EE} - V_{\gamma}}{R_1} = (\beta_2 + 1) \frac{V_{CC} - V_{\gamma} - V_{E2}}{R_2}$$

da cui è possibile esplicitare il potenziale al nodo di emettitore del transistor 2, V_{E2} :

$$V_{E2} = V_{CC} - V_{\gamma} - \frac{R_2}{R_1} \cdot (V_{EE} - V_{\gamma}) \cdot \frac{\beta_1}{\beta_2 + 1} = 0.106 \text{ V}$$

Inoltre:

$$I_{C2} = \beta_2 \cdot I_{B2} = \beta_2 \cdot \frac{V_{CC} - V_{\gamma} - V_{E2}}{R_2} = 685 \text{ } \mu\text{A}$$

La tensione cercata è allora:

$$V_{CE2} = V_{CC} - R_C \cdot I_{C2} - V_{E2} = V_{CC} - R_C \cdot I_{C2} - V_{CC} + V_{\gamma} + \frac{R_2}{R_1} \cdot (V_{EE} - V_{\gamma}) \cdot \frac{\beta_1}{\beta_2 + 1} \cong 3.5 \text{ V}$$

valore che verifica l'ipotesi di funzionamento in regione attiva diretta per il dispositivo 2. In realtà l'ipotesi iniziale coinvolge anche il transistor 1, pertanto si richiede la verifica $V_{CE1} > V_{CE,SAT} \cong 0.2 \div 0.3 \text{ V}$:

$$V_{CE1} = V_{CC} + V_{EE} - V_{CE2} - R_C \cdot I_{C2} = 2.1 \text{ V}$$

e la condizione di polarizzazione in zona attiva diretta è verificata per entrambi i dispositivi.

A.2) Nel circuito proposto, la corrente che fluisce nei dispositivi è, in assenza di carico come in figura, la medesima, pertanto il bilancio di corrente in regione di saturazione (ipotesi nel testo) è:

$$I = \frac{1}{2} \left(\frac{W}{L} \right)_1 \mu_N C_{OX} (V_{GS1} - V_{T1})^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{W}{L} \right)_2 \mu_P C_{OX} (V_{SG2} + V_{T2})^2$$

Considerati i valori numerici si ottiene $V_{SG2} = V_{GS1}$.

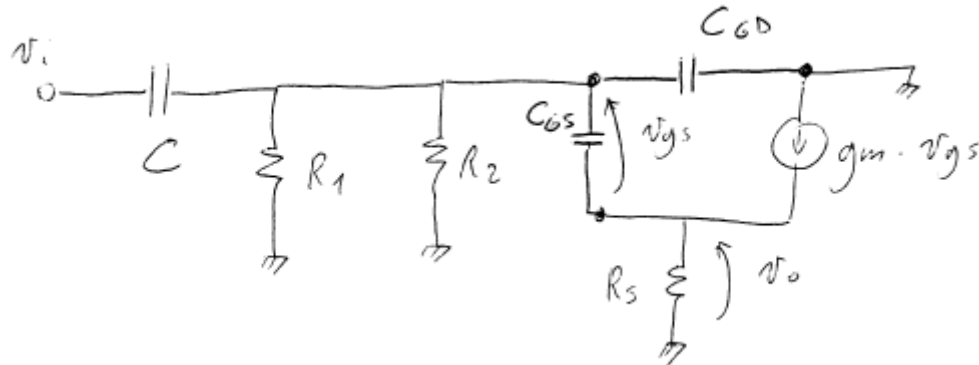
Esplicitando le espressioni delle tensioni gate-source e source-gate:

$$V_{GS1} = V_G - R_{S1} \cdot I$$
$$V_{SG2} = V_{DD} - R_{S2} \cdot I - V_G$$

ed infine:

$$I = \frac{V_{DD} - 2 \cdot V_G}{R_{S2} - R_{S1}} = 5 \text{ mA}$$

B.1) Il circuito ai piccoli segnali dell'amplificatore di figura è:

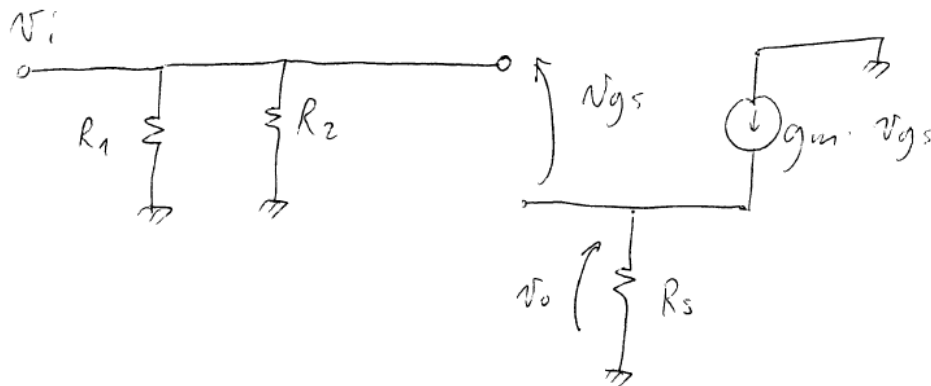


Se l' amplificatore risulta essere ben dimensionato, alle frequenze di centro-banda, il condensatore serie C di disaccoppiamento è approssimabile a un corto-circuito: si sottintende dunque che il suo valore di capacità sia così elevato che, già alla minima frequenza di interesse, la sua l'impedenza serie sia trascurabile.

Viceversa, le capacità interne del dispositivo (C_{GS} e C_{GD}) devono essere considerate circuiti aperti in quanto il loro valore è tale da contribuire un' ammettenza trascurabile alle frequenze di interesse. In altre parole la risposta in frequenza dell' amplificatore nella zona di centro-banda risulta non essere influenzata dalle capacità interne al modello del dispositivo. Tali capacità, al contrario, modificano sostanzialmente la risposta in frequenza nella zona ad alta frequenza.

In definitiva, se è lecito assumere che l' amplificatore sia ben dimensionato, per frequenze di centro-banda si intende l'intervallo di valori per cui le capacità "di disaccoppiamento" possono essere approssimate come corto-circuiti mentre le capacità interne ai dispositivi come circuiti aperti.

Alla luce di ciò il modello alle variazioni si semplifica ulteriormente:



Generalmente il calcolo del guadagno di tensione si ottiene con semplicità esprimendo le equazioni del circuito a partire dal ramo di uscita per risalire al segnale di ingresso; in questo caso:

$$v_o = g_m \cdot v_{gs} \cdot R_s$$

$$v_{gs} = v_i - v_o$$

Si ha dunque:

$$A_v|_{\text{centro-banda}} = \frac{v_o}{v_i} = \frac{g_m \cdot R_s}{1 + g_m \cdot R_s}$$

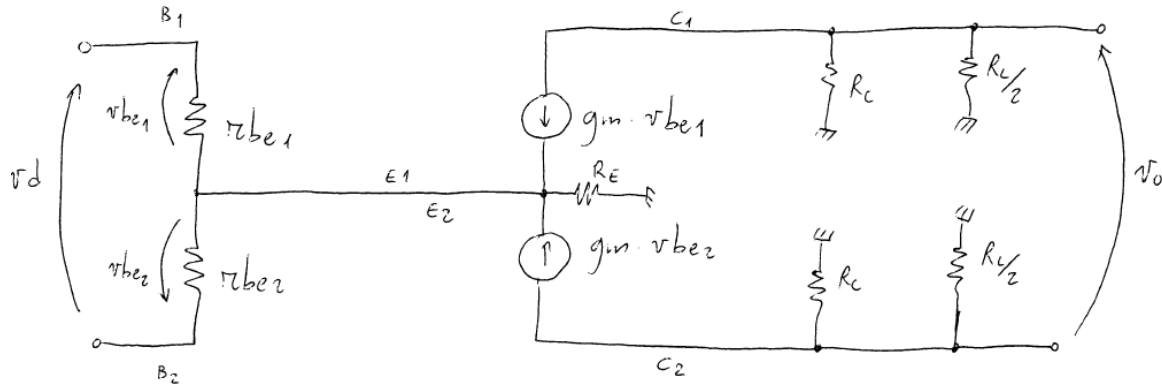
dove $g_m = \sqrt{2 \left(\frac{W}{L} \right) \mu C_{ox} I_D}$ e $I_D = V_o / R_s$.

Sostituendo i valori numerici:

$$I_D = 3 \text{ mA};$$

$g_m = 3.22 \text{ mS}$;
 $A_v = 0.62$

B.2) Il circuito alle variazioni dell'amplificatore differenziale di figura è il seguente:



Considerando che i transistori sono polarizzati con la stessa corrente di riposo $I_{C01}=I_{C02}=I_{C0}$, la loro transconduttanza è $g_{m1}=g_{m2}=g_m=I_{C0}/V_T=0.135 \text{ S}$.

L'equazione per il calcolo del guadagno di tensione è:

$$v_o = -g_m \cdot v_{be1} \left(R_C // \frac{R_L}{2} \right) + g_m \cdot v_{be2} \left(R_C // \frac{R_L}{2} \right) = -g_m \left(R_C // \frac{R_L}{2} \right) (v_{be1} - v_{be2}) = -g_m \left(R_C // \frac{R_L}{2} \right) v_d$$

da cui:

$$A_d = \frac{v_o}{v_d} = -g_m \cdot \left(R_C // \frac{R_L}{2} \right)$$

Sostituendo i dati del testo si ottiene $A_d=-35$.

Si osservi come il resistore R_E non influenzi direttamente il calcolo del guadagno di tensione: infatti, data la perfetta simmetria dell'amplificatore tutti i nodi giacenti sull'asse centrale del circuito sono sottoposti, ai piccoli segnali, a sollecitazioni elettriche uguali e contrarie. Sovrapponendo gli effetti dovuti ai due dispositivi bipolari, i nodi sull'asse centrale di simmetria hanno variazione netta nulla, cioè possono essere ritenuti a massa alle variazioni. Pertanto la presenza, sul nodo comune di emettitore, di un resistore o di un generatore di corrente è ininfluente ai fini del calcolo dell'espressione analitica del guadagno di tensione.

Al contrario, il resistore R_E assume fondamentale importanza nello studio del punto di riposo (e quindi dei parametri differenziali) e del guadagno di tensione "di modo comune", particolarmente importante per gli amplificatori differenziali.

C.1) Indicando con 1 l'operazionale di sinistra e con 2 l'operazionale di destra, si ha:

$$V_1^+ = 2/3 V(t); V_2^+ = 1/3 V(t)$$

poiché i tre resistori in serie di valore R costituiscono un partitore di tensione ideale (e la corrente in ingresso agli operazionali è assunta pari a 0 A).

Supponendo che l'operazionale 1 lavori in regione lineare (corto-circuito virtuale):

$$V_1^- = 2/3 V(t)$$

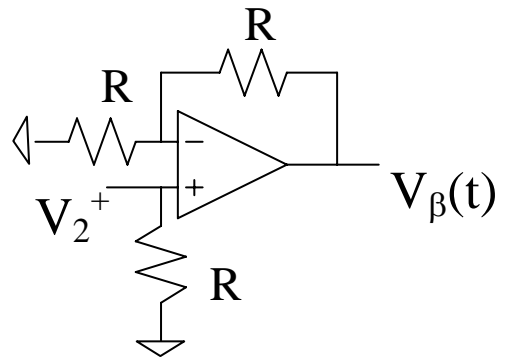
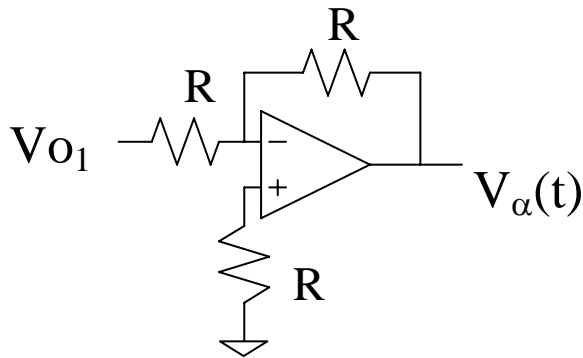
pertanto la tensione di uscita dell'operazionale 1 è:

$$V_{o1} = (V_1^- / R) \cdot (R + 2R) = 3 V_1^- = 2 V(t)$$

Sovrapponendo gli effetti all'ingresso dell'operazionale 2 si ha allora:

$$V_{o2}(t) = V_{\alpha}(t) + V_{\beta}(t)$$

dove $V_{\alpha}(t)$ è calcolato cortocircuitando lo stimolo di tensione sull'ingresso non-invertente dell'amplificatore composto dall'operazionale 2 (coincidente con V_{O1}) e $V_{\beta}(t)$ è calcolata cortocircuitando lo stimolo sull'ingresso invertente (V_2^+).



Considerando che i circuiti derivanti dall'applicazione del principio di sovrapposizione degli effetti sono configurazioni elementari note si ottiene:

$$V_{\alpha}(t) = V_{O1} (-R/R) = -V_{O1}$$

$$V_{\beta}(t) = V_2^+ (1+R/R) = 2 V_2^+$$

Infine:

$$V_{O2}(t) = V_{\alpha}(t) + V_{\beta}(t) = -V_{O1} + 2 V_2^+ = -2 V(t) + 2/3 V(t) = -4/3 V(t).$$

L'ampiezza di $V_{O2}(t)$ è $4V_M/3 = 2.4 V$.

C.2) Il guadagno vale -30 (quindi reale) = $- R / R_i$ quando le ammettenze di capacità ed induttanza si compensano e si annullano a vicenda: in tal caso il parallelo RLC si riduce alla sola resistenza R.

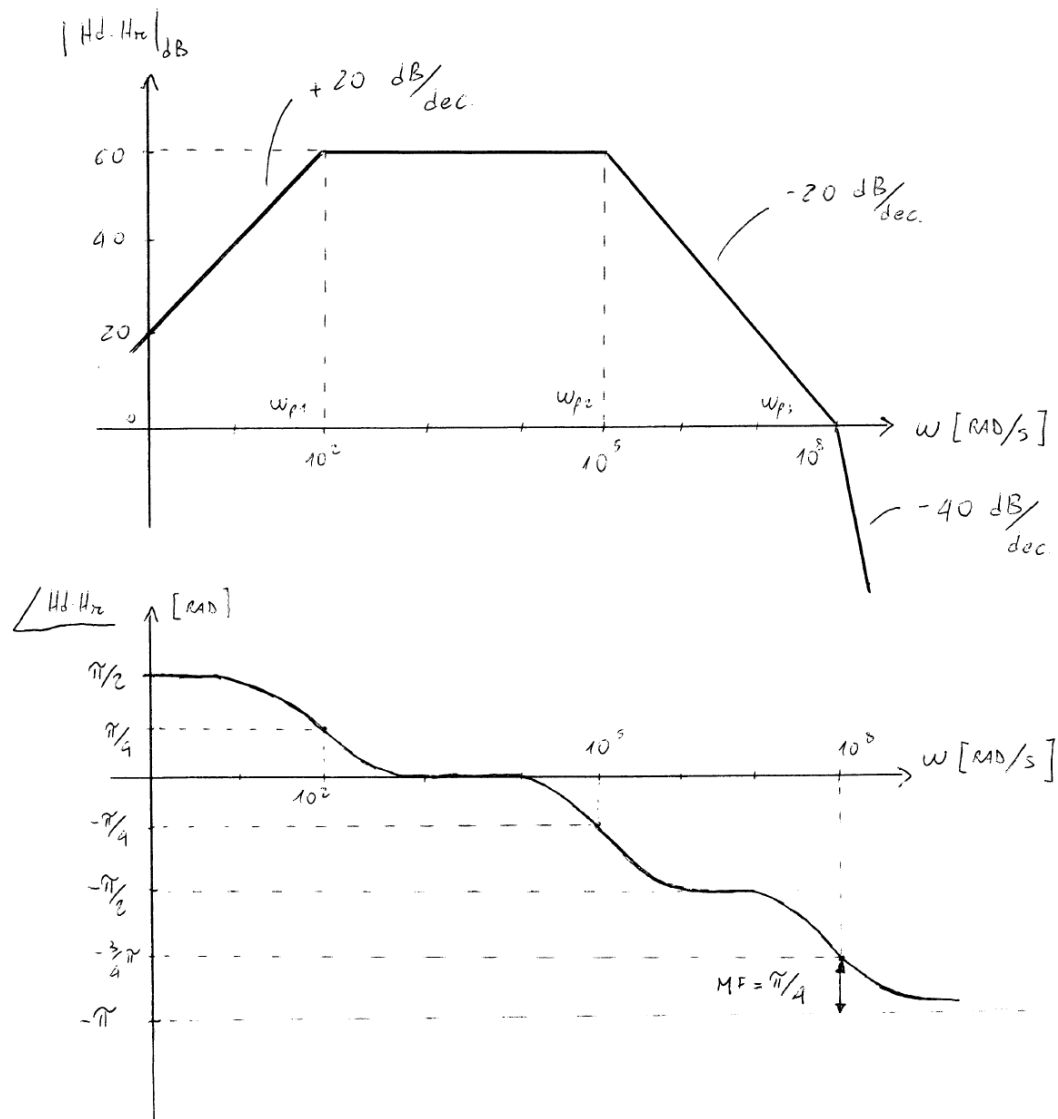
Questo avviene alla pulsazione per cui: $j\omega_0 C + 1/(j\omega_0 L) = 0$, $\omega_0 C = \omega_0 L$, $\omega_0 = (LC)^{-1/2}$.

La frequenza cercata (frequenza di anti-risonanza) è: $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{10^{-7} \cdot 10^{-10}}} = 50.3 \text{ MHz}.$

D.1) Il margine di fase di un sistema retroazionato si studia sulla funzione di anello $H(j\omega) = H_d(j\omega) \cdot H_r(j\omega)$.

$$H(j\omega) = H_d(j\omega) \cdot H_r(j\omega) = \frac{j\omega A}{1 + j\omega / \omega_{p1}} \cdot \frac{K}{(1 + j\omega / \omega_{p2})(1 + j\omega / \omega_{p3})}$$

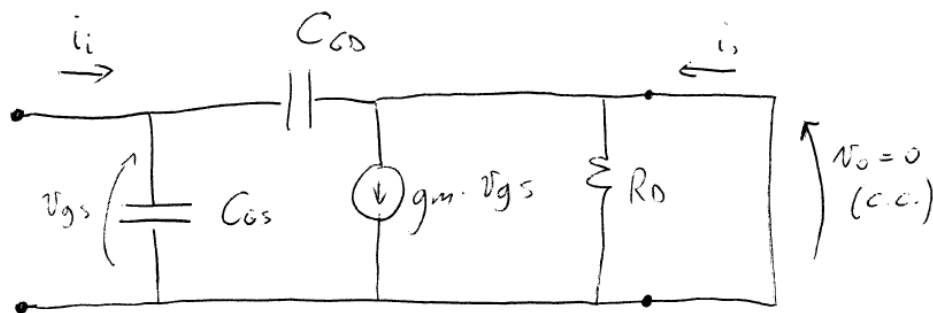
Il diagramma di Bode, in modulo asintotico e fase, è il seguente:



dove il valore di $|H(j\omega)|$ in centro-banda ($\omega_{p1} \ll \omega \ll \omega_{p2}$) è $\left| \frac{j\omega A}{j\omega / \omega_{p1}} K \right| = |A \omega_{p1} K| = 10^3 = 60 \text{ dB}$.

Dal momento che tutti i poli distano tra loro per più di una decade si può ritenere che ognuno di essi agisca quando la rotazione di fase del precedente è completa. Pertanto il margine di fase si può valutare con precisione anche graficamente, $MF = 45^\circ$.

D.2) Il circuito alle variazioni dell'amplificatore in figura è:



Le equazioni per le correnti di ingresso ed uscita (in corto-circuito) sono:

$$i_i = s \cdot C_{GS} \cdot v_{gs} + s \cdot C_{GD} \cdot v_{gs} = s \cdot (C_{GS} + C_{GD}) \cdot v_{gs}$$

$$i_o = g_m \cdot v_{gs} - s \cdot C_{GD} \cdot v_{gs}$$

Pertanto il guadagno di corrente con uscita in corto-circuito è:

$$A_{i^{cc}}(j\omega) = \frac{io}{ii} = \frac{gm - j\omega C_{GD}}{j\omega(C_{GS} + C_{GD})}$$

La condizione da imporre per ottenere la frequenza di transizione del dispositivo è:

$$\left| A_{i^{cc}}(j\omega) \right|^2 = \frac{gm^2 + \omega^2 C_{GD}^2}{\omega^2 (C_{GS} + C_{GD})^2} = 1$$

da cui:

$$\omega_T = \frac{gm}{\sqrt{C_{GS}(C_{GS} + 2C_{GD})}}$$

$$f_T = \frac{gm}{2\pi\sqrt{C_{GS}(C_{GS} + 2C_{GD})}} = 4.5 \text{ GHz}$$
