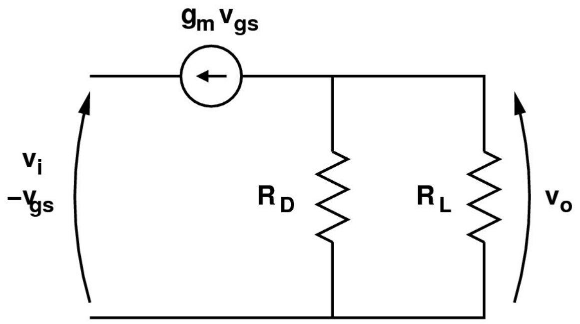
SOLUZIONI COMPITO ELETTRONICA B

4 settembre 2007

1) Supponendo che il MOSFET lavori in saturazione, si consideri il circuito ai piccoli segnali in figura:



La tensione di uscita vale: $v_o = \frac{-(R_L \cdot R_D)}{(R_L + R_D)} \cdot g_m v_{GS}$, dove $v_{GS} = -v_i$.

Il guadagno di tensione vale: $A_v = \frac{(R_L \cdot R_D)}{(R_L + R_D)} \cdot g_m$, da cui si ricava il valore di g_m:

$$g_m = \frac{A_v \cdot (R_L + R_D)}{(R_L \cdot R_D)} = 0.286S$$

La corrente I_{D0} a riposo é:

$$I_{D0} = \frac{g_m^2}{2\beta} = 58.4mA$$

A questo punto, è immediato ricavare V_{GS0}: $V_{GS0} = \sqrt{\frac{2I_D}{\mu_n C_{ox}\left(\frac{W}{L}\right)}} + V_{TH} = 1.908V$.

Si deve verificare che il MOS sia saturo, ovvero che $V_{TH} < V_{GS0} < V_{DS0} + V_{TH}$, dove $V_{DS0} = V_o - V_i = V_o + V_{GS0}$.

Da $\frac{V_{DD} - V_o}{R_D} = \frac{V_o}{R_L} + I_{D0}$, si ricava $V_o = \left(\frac{V_{DD}}{R_D} - I_{D0}\right)\frac{(R_D \cdot R_L)}{(R_D + R_L)} = 1.736V$, quindi:

$$1.5V < 1.908V < 1.736V + 1.908V$$

2) Un sistema è in retroazione positiva se $|1 + H_d H_r| < 1$, ovvero:

$$\left|1+\frac{j\omega K10^2}{\left(1+j\frac{\omega}{10^2}\right)\left(1+j\frac{\omega}{10^4}\right)}\right|<1$$

Svolgendo i calcoli:

$$\left|\frac{\left(1+j\frac{\omega}{10^2}\right)\left(1+j\frac{\omega}{10^4}\right)+j\omega K10^2}{\left(1+j\frac{\omega}{10^2}\right)\left(1+j\frac{\omega}{10^4}\right)}\right|<1$$

ossia:

$$\left(1-\frac{\omega^2}{10^6}\right)^2+\omega^2\left(\frac{1}{10^2}+\frac{1}{10^4}+10^2K\right)^2<\left(1-\frac{\omega^2}{10^6}\right)^2+\omega^2\left(\frac{1}{10^2}+\frac{1}{10^4}\right)^2$$

$$10^4K+2K+\frac{2}{10^2}K<0$$

da cui $-2.02\cdot10^{-4}<K<0$

Per quanto riguarda la stabilità occorre studiare i poli del sistema:

$$H=\frac{H_d}{1+H_dH_r}=\frac{10^2}{\left(1+\frac{s}{10^2}\right)\left(1+\frac{s}{10^4}\right)+sK10^2}$$

Occorre dunque studiare il denominatore:

$$1+\frac{s^2}{10^6}+\frac{s}{10^2}+\frac{s}{10^4}+10^2Ks=0,\ s^2+\left(10^8K+10^4+10^2\right)s+10^6=0$$

Le soluzioni sono:

$$s_1=\frac{-\left(1.01\cdot10^4+10^8K\right)-\sqrt{\left(1.01\cdot10^4+10^8K\right)^2-4\cdot10^6}}{2}$$

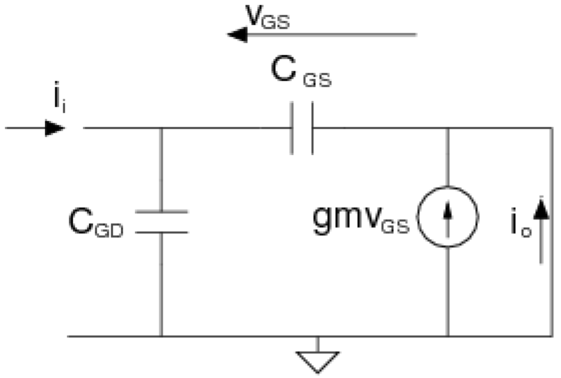
$$s_2=\frac{-\left(1.01\cdot10^4+10^8K\right)+\sqrt{\left(1.01\cdot10^4+10^8K\right)^2-4\cdot10^6}}{2}$$

Affinché il sistema sia stabile, i poli devono avere parte reale negativa,

quindi: $1.01\cdot10^4+10^8K>0$, $K>-1.01\cdot10^{-4}$

Il sistema è stabile e in retroazione positiva per: $-1.01\cdot10^{-4}<K<0$.

3) Il circuito ai piccoli segnali (quando l'uscita è in cortocircuito) è rappresentato in figura:



La corrente di uscita vale: $i_o = -\left(g_m + sC_{GS}\right) v_{GS}$, mentre quella di ingresso vale:

$i_i = s\left(C_{GD} + C_{GS}\right) \cdot v_{GS}$

$$\left|A_i\right|^{cc} = \left|\frac{i_o}{i_i}\right| = \left|\frac{g_m + j\omega C_{GS}}{j\omega\left(C_{GD} + C_{GS}\right)}\right| = \sqrt{\frac{g_m^2 + \left(\omega_T C_{GS}\right)^2}{\omega_T^2 \left(C_{GD} + C_{GS}\right)^2}}$$

Imponendo che il guadagno sia unitario, come richiesto, si ricava:

$$f_T = \frac{\omega_T}{2\pi} = \frac{g_m}{2\pi\sqrt{C_{GD}\left(C_{GD} + 2C_{GS}\right)}} = 21\text{GHz}$$

4) Si consideri la funzione $F\left(V,I\right) = -A \cdot V - B \cdot V^2 - C\frac{dV}{dt} + I$. Linearizzare il bipolo significa ipotizzare che gli incrementi v ed i e le derivate relative siano abbastanza piccoli da poter arrestare lo sviluppo al primo ordine, così che:

$$-A \cdot v - 2BV_{\left(v=v_0\right)} \cdot v - C\frac{d^2V}{dt^2}_{\left(v=v_0\right)} \frac{dv}{dt} + i = 0$$

$-A \cdot v - 2BV_0 v - C\frac{dv}{dt} + i = 0$, passando alle trasformate di Laplace:

$i\left(s\right) = \left(A + 2BV_0 + sC\right) \cdot v\left(s\right)$

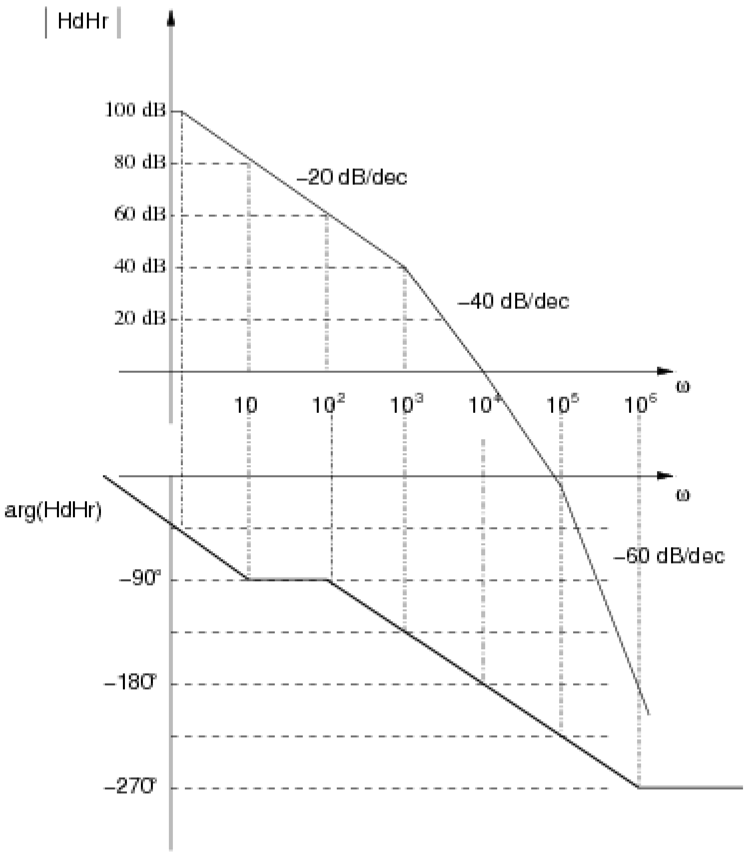
La funzione di trasferimento del bipolo vale: $Z\left(s\right) = \frac{v\left(s\right)}{i\left(s\right)} = \frac{1}{A + 2BV_0 + sC}$

Nel dominio del tempo, la tensione vale:

$v\left(t\right) = i_M \cdot \left|Z\left(s\right)\right| \cdot \cos\left(\omega_0 t + \arg\left(Z\left(s\right)\right)\right)$.

Lo sfasamento di piccolo segnale di tensione corrispondente ad un piccolo segnale di corrente i(t): $\arg(Z(s)) = -\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2\pi f_0}{A + 2BV_0}\right) = -24°$

5) In figura sono riportati i diagrammi di Bode del modulo e della fase di H_dH_r.



Il limite per la stabilità del sistema si ha in corrispondenza di arg (H_dH_r)= -π, dove la pulsazione vale 10^4 rad/s, come si evince dai grafici. Infatti, secondo l'approssimazione assunta, si ha che il contributo del polo in 10^3 rad/s è completamente esaurito una decade dopo, ovvero in 10^4 rad/s. Imponendo che, in corrispondenza di 10^4, il modulo di H_dH_r valga 0 dB, in 10^3 rad/s il modulo vale 40 dB perchè la pendenza tra il 2° e il 3° polo è di -40 dB/dec. Siccome la pendenza tra il 1° e il 2° polo è di -20 dB/dec, deve essere ω_p = 1 rad/s per arrivare a 100 dB.

6) L'espressione del guadagno di tensione del circuito, assumendo di lavorare con vid=0 (hp di cortocircuito virtuale, in accordo con il funzionamento lineare), vale:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{-R_2/R_1(sCR_2+1)}{2sCR_2+1}.$$

Il modulo del guadagno è: $\left|\dfrac{V_o}{V_i}\right| = \dfrac{R_2}{R_1}\sqrt{\dfrac{1+(\omega CR_2)^2}{1+4(\omega CR_2)^2}}$ che, in corrispondenza di

$\omega_0 = 5 \cdot 10^4 \text{rad/s}$, vale $\left|\frac{V_o}{v_i}\right|_{\omega=\omega_0} = 11.4$.

Assumendo di avere al massimo $V_{o,MAX} = V_A = 5V$, che è il limite per il funzionamento lineare, $V_{i,MAX} = \frac{V_{o,MAX}}{11.4} = 0.438V$

7) Il guadagno della coppia differenziale vale: $A_d = -g_m R_C$, da cui si ricava:

$g_m = \frac{-A_d}{R_C} = 0.1S$. La corrente nei due rami vale:

$I_1 = I_2 = g_m V_T = 2.6mA$, avendo assunto $V_T = 26mV$.

La corrente di coda vale perciò: $I_3 = 2I_1 = 5.2mA$, mentre la corrente I4 è:

$I_4 = 6I_3 = 31.2mA$.

E' facile dimensionare la resistenza: $R = \frac{V_{CC} + V_{EE} - V_\gamma}{I_4} = 137.82\Omega$.

8) La corrente nei due MOS è identica: $I_1 = I_2 = I$, quindi:

$\frac{K}{2}(V_{GS1} - V_{TH})^2 = \frac{K}{2}(V_{GS2} - V_{TH})^2$, da cui $V_{GS1} = V_{GS2} = V_{GS}$.

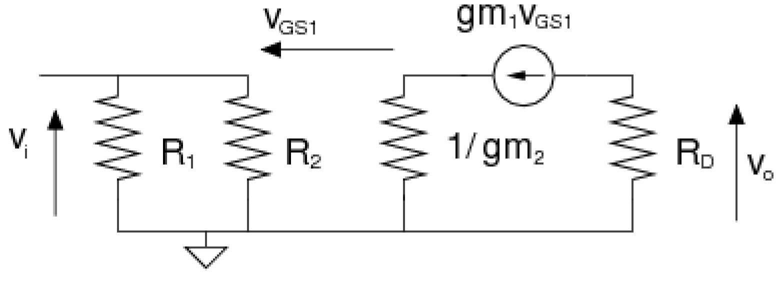
Risolvendo il partitore R1-R2, si ricava il valore della tensione sul gate di M1:

$V_{G1} = V_{GS1} + V_{GS2} = 2V_{GS} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{DD} = 3V$, da cui $V_{GS} = 1.5V$.

La corrente vale: $I = \frac{1}{2}\mu C_{ox}\left(\frac{W}{L}\right)(V_{GS1} - V_{TH})^2 = 1.575mA$ e la transconduttanza vale:

$g_{m1} = g_{m2} = g_m = \frac{2I}{V_{GS} - V_{TH}} = 6.3mA$.

In centro-banda, le capacità esterne sono dei cortocircuiti mentre quelle intrinseche dei dispositivi sono degli aperti, pertanto il circuito ai piccoli segnali è:



La tensione di uscita vale: $v_o = -g_{m1} v_{GS1} R_D$, da cui $v_{GS1} = \frac{-v_o}{g_{m1} R_D}$.

La tensione di ingresso vale: $v_i = v_{GS1} + g_{m1} \frac{v_{GS1}}{g_{m2}} = \frac{-v_o}{g_{m1} R_D}\left(1 + \frac{g_{m1}}{g_{m2}}\right)$

Il guadagno di tensione vale: $A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{-g_{m1} R_D}{1 + \frac{g_{m1}}{g_{m2}}} = \frac{-g_{m1} g_{m2}}{g_{m1} + g_{m2}} R_D = \frac{-1}{2} g_m R_D = -2.2$