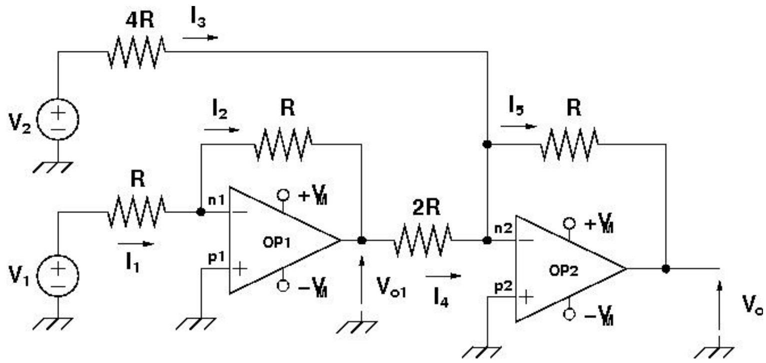
Fondamenti di Elettronica B/BC – A.A. 2008/2009
Correzione Prova n°1 del 14/01/09

Esercizio 1



Ipotesi iniziale: Amplificatori Operazionali IDEALI e funzionanti in ZONA LINEARE

$$1.\ Cortocircuito\ Virtuale \rightarrow V_d = 0$$
$$2.\ R_i = \infty \rightarrow I_i^p = I_i^n = 0$$
$$3.\ R_o = 0$$

Siano V^p e V^n i potenziali riferiti a massa dell'ingresso non-invertente e invertente del singolo Op. Amp.

Sfruttando il cortocircuito virtuale

$$I_1 = \frac{V_1 - V^{n1}}{R} = \frac{V_1}{R} \tag{1}$$

essendo

$$I_2 = I_1 = \frac{V_1}{R} \tag{2}$$

si ha

$$V_{01} = V^{n1} - R\, I_2 = -V_1 = -2\ V \tag{3}$$

Sulla base di considerazioni analoghe

$$I_4 = \frac{V_{01} - V^{n2}}{2\mathrm{R}} = \frac{V_1}{2\mathrm{R}} = \frac{-V_1}{2\mathrm{R}} \tag{4}$$

$$I_3 = \frac{V_2 - V^{n2}}{4\mathrm{R}} = \frac{V_2}{4\mathrm{R}} \tag{5}$$

siccome

$$I_5 = I_3 + I_4 = \frac{V_2}{4\mathrm{R}} - \frac{V_1}{2\mathrm{R}} \tag{6}$$

si ottiene

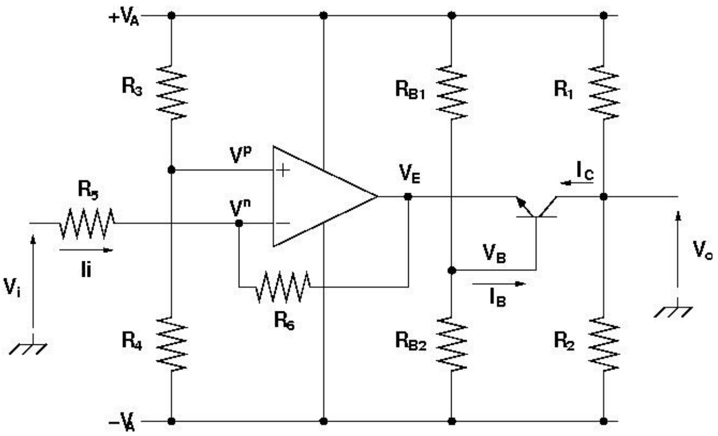
$$V_o = V^{n2} - R\ I_5 = -R\left(\frac{V_2}{4\mathrm{R}} - \frac{V_1}{2\mathrm{R}}\right) = 0{,}12\ V \tag{7}$$

Occorre verificare che l'ipotesi fatta sul funzionamento in regione lineare degli op.amp. sia consistente; per fare ciò basta verificare che:

$$-V_M < V_o < +V_M \tag{8}$$
$$-V_M < V_{o1} < +V_M \tag{9}$$

entrambe vere sulla base dei valori ottenuti.

Esercizio 2



Ipotesi iniziale: Amplificatori Operazionali IDEALI e funzionanti in ZONA LINEARE

$$1. Cortocircuito\ Virtuale \rightarrow V_d = 0$$
$$2. R_i = \infty \rightarrow I_i^p = I_i^n = 0$$
$$3. R_o = 0$$

In primo luogo

$$V^p = [V_A - (-V_A)] \frac{R_4}{R_4 + R_3} + (-V_A) = V_A \frac{R_4 - R_3}{R_4 + R_3} = -5{,}38\ V \qquad (1)$$

per il cortocircuito virtuale

$$V^n = V^p = -5{,}38\ V \qquad (2)$$

quindi

$$I_i = \frac{V_i - V^n}{R_5} = 213\ \mu A \qquad (3)$$

$$V_E = V^p - I_i\, R_6 = -8{,}63\ V \qquad (4)$$

Ipotesi: BJT in ZONA ATTIVA DIRETTA

$$V_{BE} = V_\gamma = 0{,}7\ V \qquad (5)$$

e quindi

$$V_B = V_E + V_\gamma = -7{,}93\ V \qquad (6)$$

A questo punto si possono calcolare le correnti su R_{B1} e R_{B2} :

$$I_{RB1} = \frac{V_A - V_B}{R_{B1}} = 300\ \mu A \qquad (7)$$

$$I_{RB2} = \frac{V_B - (-V_A)}{R_{B2}} = 208\ \mu A \qquad (8)$$

e anche

$$I_B = I_{RB1} - I_{RB2} = 92\ \mu A \qquad (9)$$

$$I_C = \beta_F\, I_B = 3{,}68\ m\ A$$

(10)

Applicando il bilancio delle correnti al nodo di uscita si ottiene

$$I_{R1} = I_C + I_{R2}$$

(11)

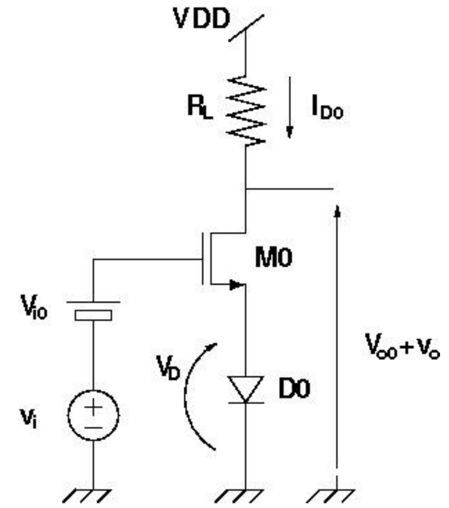
$$V_o \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = V_A \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) - I_C$$

(12)
dalla quale

$$V_o = -6{,}83\ V$$

(12)

Esercizio 3



Ipotesi iniziale: MOSFET in SATURAZIONE e Diodo ON

$$V_D = V_\gamma \qquad (1)$$

quindi sulla maglia di ingresso vale la seguente

$$V_{gs0} = V_{IN0} - V_D = 1{,}3\ V \qquad (2)$$

Essendo il MOSFET, per ipotesi, in saturazione

$$I_{D0} = \frac{1}{2} k_n^{'} \frac{W}{L} \left(V_{gs0} - V_{Tn} \right)^2 = 22{,}5\ \mu A \qquad (3)$$

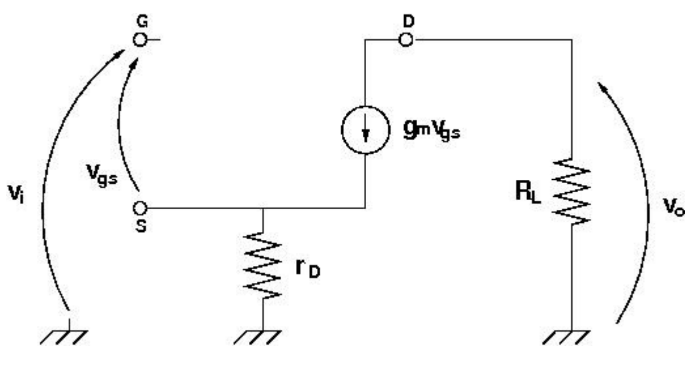
Rulla base di ciò si possono calcolare i parametri per il circuito per piccoli segnali:

$$g_m = \frac{2 \mathrm{I}_{D0}}{V_{gs0} - V_{Tn}} = 150\ \mu S \qquad (4)$$

$$r_D = \frac{V_{th}}{I_{D0}} = 1{,}138\ Kohm \qquad (5)$$

nelle quali r_D rappresenta la resistenza differenziale associata al diodo in conduzione e V_{th} rappresenta la tensione termica ($V_{th} = KT/q$) che a temperatura ambiente può essere assunta pari a $25{,}6\ m\ V$.

Il circuito alle variazioni risulta il seguente:



per il quale

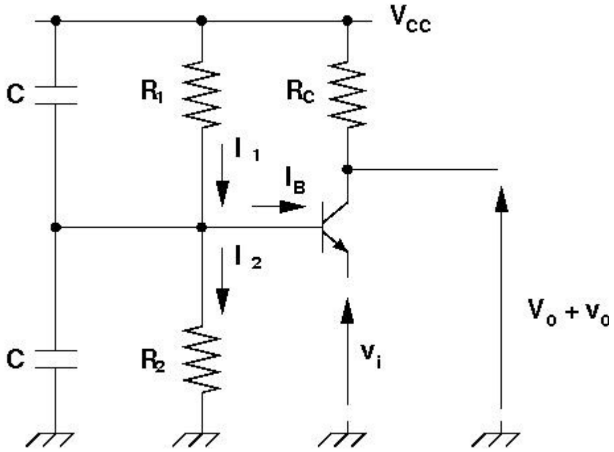
$$v_o = -g_m v_{gs} R_L \qquad (6)$$

$$v_{gs} = v_i - g_m v_{gs} r_D \qquad (7)$$

Risolvendo il sistema rispetto a v_o si ottiene

$$A_V = \frac{v_o}{v_i} = \frac{-g_m R_L}{1+g_m r_D} = -6{,}4 \tag{9}$$

Esercizio 4



Eccendo nota I_{C0} si possono già determinare i parametri del circuito per piccoli segnali:

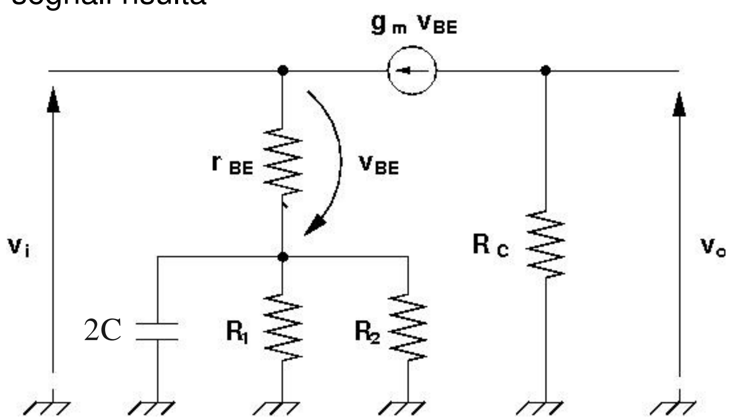
$$r_{BE} = \frac{\beta_F V_{th}}{I_{C0}} = 4{,}43\ Kohm \tag{1}$$

$$g_m = \frac{\beta_F}{r_{BE}} = 20{,}3\ m\,S \tag{2}$$

nelle quali

$$T = 400\ K \rightarrow V_{th} = \frac{KT}{q} = 34{,}4\ m\ V \tag{3}$$

Il circuito per piccoli segnali risulta



Indicando con Z la serie di r_{BE} e il parallelo tra R_1 , R_2 e C (espressa nel dominio di Laplace) si ha

$$Z(s) = r_{BE} + \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + s\,2C} \tag{4}$$

Inoltre si può scrivere

$$v_o = -g_m v_{BE} R_C \tag{5}$$

nella quale

$$v_{BE}=\frac{-v_i}{Z}r_{BE}=\frac{-v_i}{1+\frac{\frac{R_1 R_2}{r_{BE}}}{R_1+R_2+2sC R_1 R_2}}$$

(6)

Sostituendo la (6) nella (5) si ottiene

$$A_V(s)=\frac{v_o}{v_i}=\frac{g_m R_C}{1+\frac{\frac{R_1 R_2}{r_{BE}}}{R_1+R_2+2sC R_1 R_2}}=g_m R_C\frac{R_1+R_2+2sC R_1 R_2}{R_1+R_2+\frac{R_1 R_2}{r_{BE}}+2sC R_1 R_2} \tag{7}$$

Passando nel dominio della frequenza angolare ω ($s\rightarrow\omega$) e calcolando il modulo:

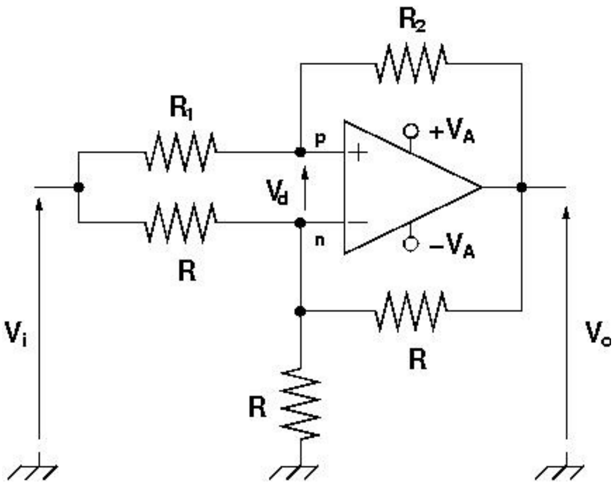
$$|A_V(s)|=g_m R_C\frac{\sqrt{(R_1+R_2)^2+(2\omega C R_1 R_2)^2}}{\sqrt{\left(R_1+R_2+\frac{R_1 R_2}{r_{BE}}\right)^2+(2\omega C R_1 R_2)^2}} \tag{8}$$

Calcolato in $\omega=4\ Mrad/s$

$$|A_V(s)|_{\omega=4\ Mrad/s}=7{,}24$$

(10)

Esercizio 5



Si osservi che l'op. amp. ideale presenta resistenza di ingresso ai morsetti *inp* e *inn* infinita e la corrente di ingresso ai medesimi morsetti è nulla. Scrivendo il bilancio delle correnti ai nodi p e n si ottengono le seguenti due equazioni:

$$\frac{V_i-V^p}{R_1}=\frac{V^p-V_o}{R_2} \tag{1}$$

$$\frac{V_i-V^n}{R}=\frac{V^n}{R}+\frac{V^n-V_o}{R} \tag{2}$$

Inoltre

$$V_d=V^p-V^n \tag{3}$$

$$V_o=V_d\,A_d \tag{4}$$

Unendo le quattro equazioni appena scritte in modo da ottenere $V_o(V_i)$ si ricava la seguente equazione del guadagno di tensione:

$$A_V = \frac{V_o}{V_i} = \frac{A_d\left(2R_2 - R_1\right)}{A_d\left(R_2 - 2R_1\right) + 3\left(R_1 + R_2\right)} \qquad (5)$$

Inserendo l'espressione del guadagno del amplificatore operazionale fornita

$$A_d = \frac{A_{d0}}{1 + s\tau} \qquad (6)$$

si ottiene

$$A_V = \frac{V_o}{V_i} = \frac{A_{d0}\left(2R_2 - R_1\right)}{A_{d0}\left(R_2 - 2\mathrm{R}_1\right) + 3\left(R_1 + R_2\right)\left(1 + s\tau\right)} \qquad (7)$$

Riconducendo la (7) alla forma

$$A_V = \frac{K}{s + p} \qquad (8)$$

nella quale p rappresenta il polo del guadagno di tensione, si ottiene

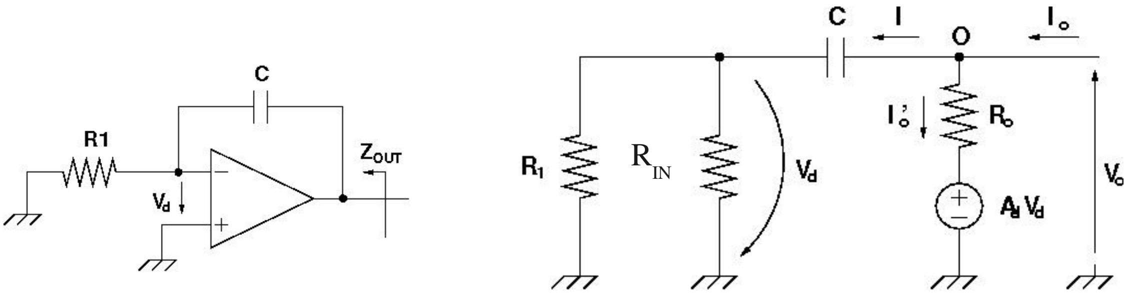
$$p = \frac{1}{\tau}\,\frac{A_{d0}\left(2\mathrm{R}_1 - R_2\right) - 3\left(R_1 + R_2\right)}{3\left(R_1 + R_2\right)} \qquad (9)$$

Trattandosi di un polo reale, la condizione che garantiche stabilità è $p<0$, che si traduce in

$$R_1 < \frac{\left(A_{d0} + 3\right)R_2}{2\mathrm{A}_{d0} - 3} = 25{,}3\ Kohm$$

(10)

Esercizio 6



Innanzi tutto sia

$$R_p = R_1 // R_{\mathrm{IN}} = \frac{R_1 R_{\mathrm{IN}}}{R_1 + R_{\mathrm{IN}}} = R_1 \qquad (1)$$

essendo $R_{\mathrm{IN}} = \infty$

Applicando il bilancio delle correnti al nodo O si ottiene

$$\frac{V_o - A_d V_d}{R_o} - \frac{V_d}{R_p} = I_o \qquad (2)$$

Inoltre

$$\left(V_0 + V_d\right) sC = \frac{-V_d}{R_p} \qquad (3)$$

Ricavando V_d dalla (3) e sostituendo nella (2) si ricava

$$\frac{V_o}{R0} + \frac{A_d}{R_0}\frac{sC\,R_p}{1 + sC\,R_p}V_o + \frac{sC}{1 + sC\,R_p} = I_o \qquad (4)$$

dalla quale

$$Z_{OUT} = \frac{V_o}{I_o} = \frac{R_o\left(1 + sCR_p\right)}{1 + sCR_p + A_d sCR_p + sCR_o} \approx \frac{R_o\left(1 + sCR_p\right)}{1 + A_d sCR_p + sCR_o} \qquad (5)$$

nella quale è stato trascurato sCR_p rispetto a $A_d sCR_p$ ($A_d = 2500 \gg 1$).
Passando nel dominio della frequenza angolare ω ($s \rightarrow \omega$) e calcolando il modulo:

$$\left|Z_{OUT}\right| = R_o \sqrt{\frac{1+4\pi^2 f^2 C^2 R_p^2}{1+4\pi^2 f^2 C^2 \left(A_d R_p + R_o\right)^2}} \qquad (6)$$

e quindi

$$\left|Z_{OUT}\right|_{f=1\ KHz} = 106\, ohm \qquad (7)$$