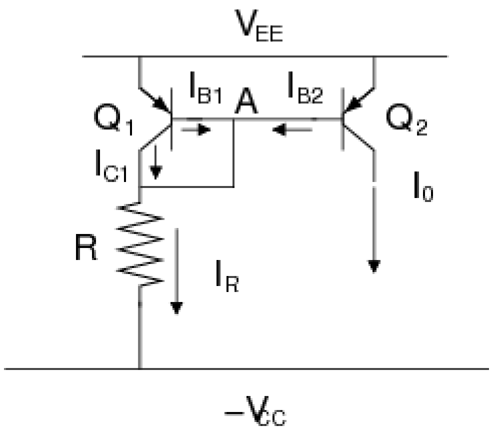
SOLUZIONI COMPITO 02.02.2007

1) Il circuito è uno specchio di corrente classico:



Poiché $V_{EB1}=V_{EB2}$, trascurando l'effetto Early si ha $I_{C2}=I_0=3I_{C1}$, in quanto Q_2 è assimilabile al parallelo di tre BJT di area pari a Q_1.

Pertanto: $I_{B2}=\frac{I_{C2}}{\beta}=\frac{I_0}{\beta}$ e $I_{B1}=\frac{I_{C1}}{\beta}=\frac{I_0}{3\beta}$

La corrente su R vale: $I_R=\frac{V_{EE}-V_\gamma+V_{CC}}{R}=4.3\,mA$

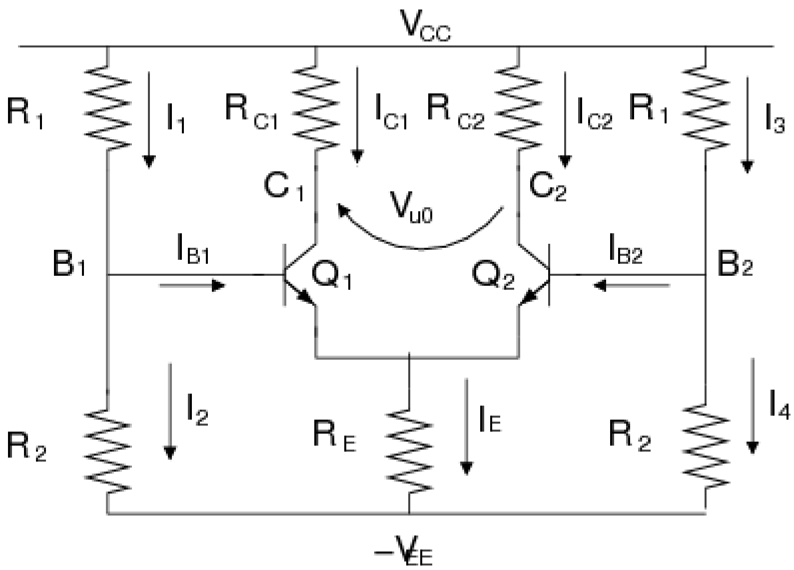
Dal bilancio al nodo A si ha:

$$I_R=I_{C1}+I_{B1}+I_{B2}=\frac{I_0}{3}+\frac{I_0}{3\beta}+\frac{I_0}{\beta}=I_0\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3\beta}+\frac{1}{\beta}\right)$$

da cui si ricava immediatamente I_0: $I_0=\frac{I_R}{\frac{1}{3}+\frac{1}{3\beta}+\frac{1}{\beta}}=7.17\,mA$

2) Dalla simmetria del circuito si vede facilmente che:

$$I_1=I_3 \;,\; I_2=I_4 \;,\; I_{B1}=I_{B2}=I_B \;,\; I_{E1}=I_{E2}=\frac{I_E}{2} \;,\; I_{C1}=I_{C2}=I_C$$



Considerando il nodo B_1, si ha: $I_1 = I_2 + I_B$

Nell'equazione di maglia: $V_{CC} = R_1 I_1 + R_2 I_2 - V_{EE}$ si sostituisce l'espressione di I_1 e si ricava I_2 in funzione di I_B:

$$I_2 = \frac{V_{CC} + V_{EE}}{R_1 + R_2} - \frac{R_1 I_B}{R_1 + R_2}$$

Vale inoltre: $R_2 I_2 = V_\gamma + R_E I_E = V_\gamma + 2 R_E (\beta_F + 1) I_B$

Sostituendo in quest'ultima equazione l'espressione di I_2, si ricava I_B, e di conseguenza I_C:

$$I_B = \frac{\dfrac{R_2}{R_1 + R_2}(V_{CC} + V_{EE}) - V_\gamma}{\dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + 2 R_E (\beta_F + 1)} = 24.76 \mu A \qquad I_C = \beta_F I_B = 2.476 mA$$

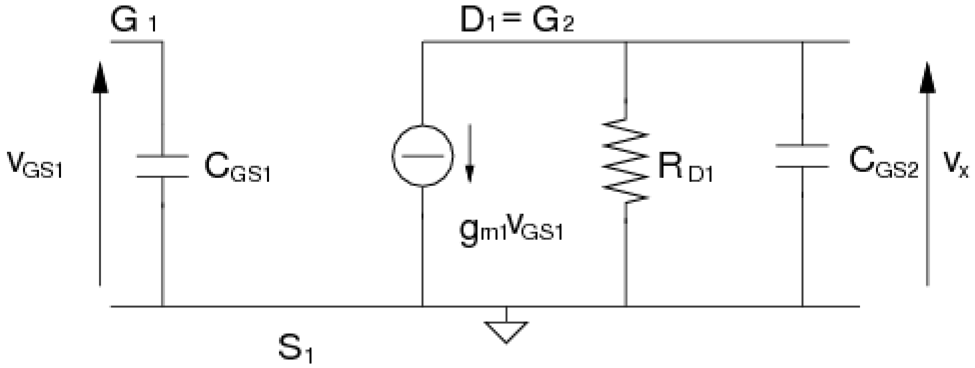
I potenziali sui collettori sono:

$$V_{C1} = V_{CC} - R_{C1} I_C = 0.51 V$$

$$V_{C2} = V_{CC} - R_{C2} I_C = 0.31 V$$

La caduta V_{u0} vale: $V_{u0} = V_{C1} - V_{C2} = 0.2 V$

3) Il modello ai piccoli segnali è rappresentato in figura:



Si noti che $v_{GS1}=v_i$

La tensione vx vale:

$$v_x=-(R_{D1}\|\frac{1}{sC_{GS2}})g_{m1}v_i$$

da cui si ricava l'espressione del guadagno di tensione:

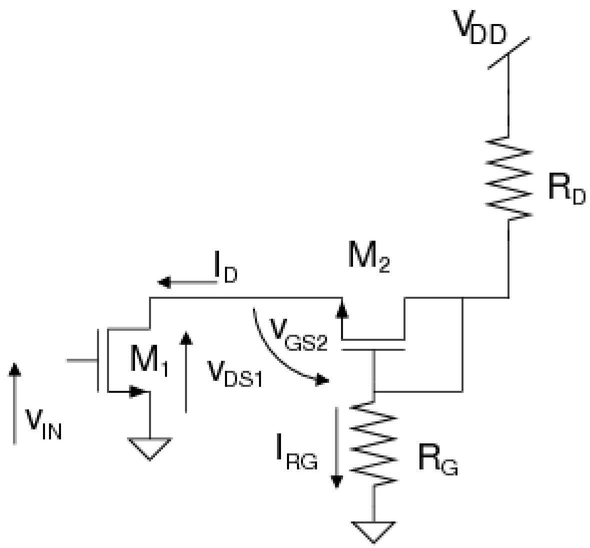
$$\frac{v_x}{v_i}=\frac{-g_{m1}R_{D1}}{1+sR_{D1}C_{GS2}}=\frac{-g_{m1}R_{D1}}{1+j\omega R_{D1}C_{GS2}}$$

Il modulo del guadagno vale:

$$|\frac{v_x}{v_i}|=\frac{g_{m1}R_{D1}}{\sqrt{1+\omega^2(R_{D1}C_{GS2})^2}}=\frac{g_{m1}R_{D1}}{\sqrt{1+(2\pi f)^2(R_{D1}C_{GS2})^2}}=24.9$$

4) La corrente che scorre nei due MOS è identica, ovvero:

$$I_D=\frac{K}{2}(V_{GS2}-V_{TH})^2=\frac{K}{2}(V_{GS1}-V_{TH})^2$$



Poiché $V_{GS1}=V_{IN}$, è immediato ricavare V_{GS2}:

$$V_{GS2}=\frac{(V_{IN}-V_{TH})\sqrt{(\frac{w}{L})_1}}{\sqrt{(\frac{w}{L})_2}}+V_{TH}=1.461\,V$$

e si calcola poi I_D:

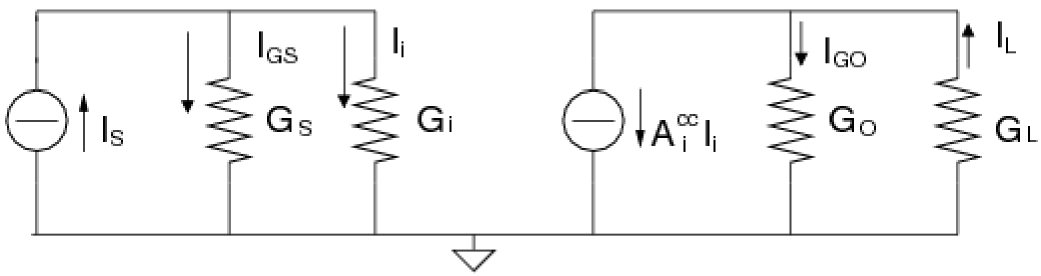
$$I_D=\frac{\mu_n C_{ox}}{2}(\frac{w}{L})_2(V_{GS2}-V_{TH})^2=1.1\,mA$$

La corrente su R_G vale:

$$I_{RG}=\frac{V_{DD}-R_D I_D}{R_D+R_G}=1.27\,mA$$

e si ricava quindi V_{DS1}: $V_{DS1}=-V_{GS2}+I_{RG}R_G=1.08\,V$

5) Il circuito da risolvere è:



$$I_{GO}=-A_i^{cc}I_i+I_L$$

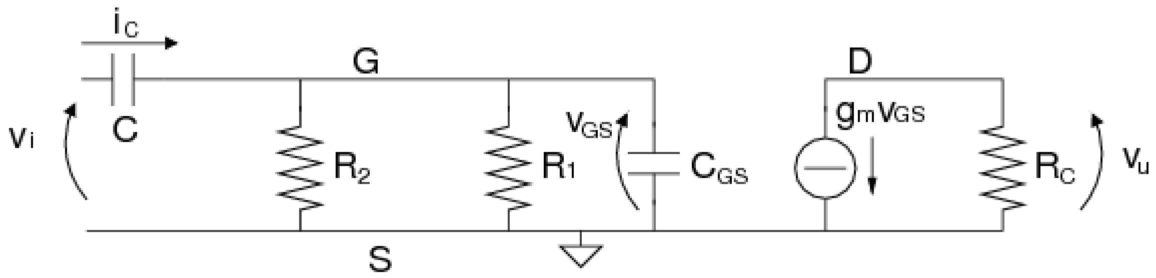
$\frac{I_{GO}}{G_O}=-\frac{I_L}{G_L}$ sostituendo nell'ultima equazione l'espressione di I_{GO}, si ricava l'espressione di I_L:

$$I_L=A_i^{cc}I_i\frac{G_L}{G_L+G_O}$$

Poiché $I_{GS}=I_i\frac{G_S}{G_i}$, si ha: $I_i=I_S-I_{GS}=I_S-I_i\frac{G_S}{G_i}$ da cui si ricava I_i in funzione di I_S: $I_i=\frac{G_i}{G_i+G_S}I_S$.

Il guadagno di corrente è pertanto: $\frac{I_L}{I_S}=A_i^{cc}\frac{G_L}{G_L+G_O}\cdot\frac{G_i}{G_i+G_S}=8.85$

6) Il circuito ai piccoli segnali è rappresentato in figura:



$$v_{GS} = \frac{-v_u}{g_m R_C}$$

Il parallelo di R_1, R_2, e C_{GS} vale: $Z = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + s C_{GS} R_1 R_2}$

Sostituendo in $v_i = \frac{i_C}{sC} + v_{GS} = v_{GS}(1 + \frac{1}{sCZ})$ l'espressione di v_{GS} e di Z, si ricava l'espressione del guadagno di tensione:

$$\frac{v_u}{v_i} = \frac{-g_m R_C R_1 R_2 sC}{R_1 + R_2 + s R_1 R_2 (C + C_{GS})} = \frac{-g_m R_C \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} sC}{1 + \frac{s R_1 R_2}{R_1 + R_2}(C + C_{GS})}$$

La fdt ottenuta presenta uno zero nell'origine e un polo in:

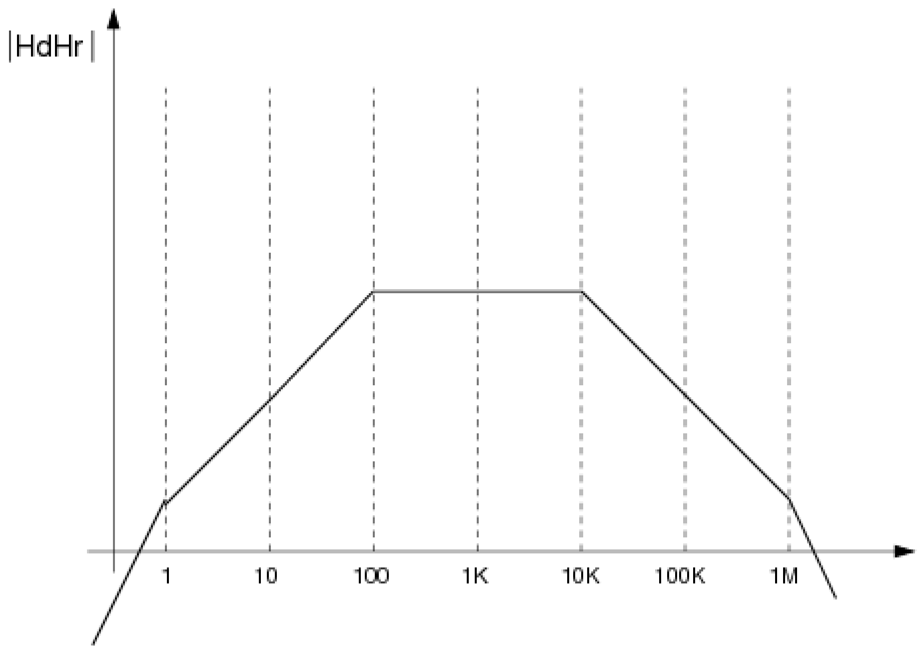
$f = \frac{1}{2\pi} \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \cdot \frac{1}{C + C_{GS}} = 10.2\, MHz$, che è la frequenza di taglio cercata.

7) L'espressione di HdHr è:

$$HdHr = \frac{-10\mathrm{K}\, j\omega\, j\omega}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}})(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}})(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p3}})(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p4}})}$$

dove il numeratore diventa $10\mathrm{K}\, \omega^2$

Il grafico qualitativo del modulo di HdHr è rappresentato nella figura sotto:



$\omega[rad/sec]$

Si noti che prima di ω_{p1} = 1 rad/sec il modulo ha una pendenza di 40dB/dec dovuta al doppio zero nell'origine. La pendenza diventa 20dB/dec da ω_{p1} ad ω_{p2} = 100 rad/sec, dopodichè la zona a guadagno costante va da ω_{p2} ad ω_{p3} = 10K. Da ω_{p3} ad ω_{p4} = 1M si ha pendenza di -20dB/dec, oltre la pendenza è di -40dB/dec.

Per quanto riguarda la fase, si ha un contributo iniziale di due zeri (+90°+90° = 180°) bilanciato dal segno negativo di Hd (che significa -180°), pertanto la fase iniziale è 0°. In ω_{p1} la fase vale -45° (asintoticamente -90°), in ω_{p2} vale -135° (asintoticamente -180°), in ω_{p3} vale -225° (asintoticamente -270°). La fase continua poi a scendere da qui in avanti.

Il tratto di interesse è quello a guadagno costante, e si può assimilare la fase di HdHr a -180° in corrispondenza della pulsazione di centro-banda (1K).

Affinchè il sistema sia stabile con margine di fase 0° (cioè fase -180°), il guadagno in centro-banda deve essere pari ad 1.

Si può fare la seguente approssimazione per il tratto a guadagno costante:

$\omega_{p1}, \omega_{p2} \ll \omega \ll \omega_{p3}, \omega_{p4}$, che consente di trascurare al denominatore di HdHr i contributi di ω_{p3} e ω_{p4} .

Si ha perciò: $$HdHr=\frac{10\mathrm{K}\,\omega^2}{(1+j\frac{\omega}{\omega_{p1}})(1+j\frac{\omega}{\omega_{p2}})}=-10\mathrm{K}\,\omega_{p1}\omega_{p2}$$

Imponendo che il suo modulo sia unitario:

$$K=\frac{1}{10\,\omega_{p1}\,\omega_{p2}}=10^{-3}$$

si ottiene il margine di fase desiderato.

8) La tensione V_p sul nodo positivo dell'opamp vale:

$$V_p=Vi(t)-V_D$$

Se il diodo è spento, V_p = 0. Quando il diodo si accende, la tensione ai suoi capi è esattamente pare a $V_M/2$, quindi si può scrivere:

$$V_p=Vi(t)-V_\gamma=V_M\sin(\omega t)-\frac{V_M}{2}$$

Al limite la condizione di accensione per il diodo si ha per: $\sin(\omega t)=\frac{1}{2}$

ovvero $\omega t=\frac{\pi}{6}$, e il diodo si spegne di nuovo per $\omega t=\frac{5}{6}\pi$

Il valor medio di V_p è quindi:

$$\langle V_p\rangle=\frac{1}{2\pi}\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5}{6}\pi}(V_{\sin}(\omega t)-\frac{V_M}{2})\,d\,\omega t$$

ovvero: $$\langle V_p\rangle=\frac{1}{2\pi}[(-V_M\cos(\omega t)-\frac{V_M}{2}\omega t)_{\omega t=\frac{5}{6}\pi}-(-V_M\cos(\omega t)-\frac{V_M}{2}\omega t)_{\omega t=\frac{\pi}{6}}]$$

Svolgendo i calcoli si ottiene $\langle V_p\rangle=0.15\,V$

Dal momento che la tensione di uscita vale:

$V_O=\frac{R_1+R_2}{R_2}V_p$, il suo valor medio è $\langle V_O\rangle=1.65\,V$