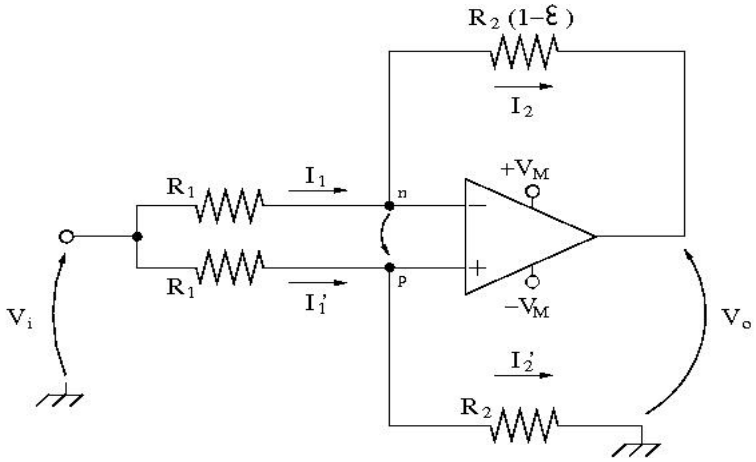
Fondamenti di Elettronica B/BC – A.A. 2008/2009
Correzione Prova n°3 del 10/06/09

Esercizio 1

Ipotesi iniziale: Amplificatore operazionale in zona di alto guadagno: da verificare

$$-V_M < V_O < +V_M \quad (1)$$



Essendo infinita la resistenza di ingresso del amplificatore operazionale

$$I_1' = I_2' = \frac{V_i}{R_1 + R_2} = 166.7\,\mu A \quad (2)$$

dalla quale

$$V_p = I_2' R_2 = 8.333\text{V} \quad (3)$$

Per il cortocircuito virtuale $V_n = V_p$ quindi

$$I_1 = I_2 = \frac{V_i - V_n}{R_1} = 166.7\,\mu A \quad (5)$$

In conclusione

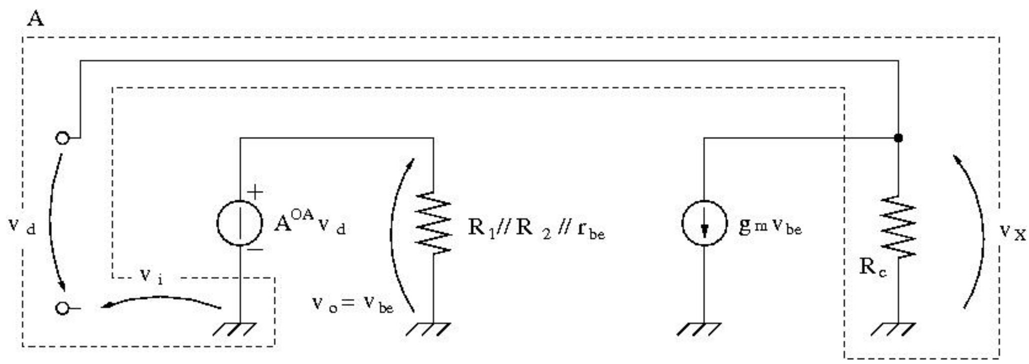
$$V_o = V_i - [R_1 + R_2(1-\epsilon)]\,I_2 = 1.25\text{V} \quad (6)$$

Il valore ottenuto soddisfa l'ipotesi iniziale (1)

Esercizio 2

Ipotesi iniziale: Amplificatore operazionale in zona di alto guadagno.

Tracciando il circuito equivalente dell' amplificatore operazionale e quello dello stadio bipolare in configurazione ad emettitore comune, si ottiene il seguente modello alle variazioni del circuito complessivo:



Analizzando la maglia A si può scrivere

$$v_i - v_d - v_X = 0 \quad (1)$$

tuttavia

$$v_X = -g_m v_{be} R_C \qquad (2)$$

$$v_{be} = v_o \qquad (3)$$

$$v_d = \frac{v_o}{A^{OA}} \qquad (4)$$

Sostituendo la (2), la (3) e la (4) nella (1) si ottiene

$$v_i - \frac{v_o}{A^{OA}} + g_m v_o R_C = 0 \qquad (4)$$

Risolvendo rispetto a v_o

$$A^{TOT} = \frac{v_o}{v_i} = \frac{A^{OA}}{1 - g_m R_C A^{OA}} \qquad (5)$$

Sostituendo a A^{OA} l'espressione fornita $A^{OA} = \frac{A_0}{1+s\tau}$ si ottiene

$$A^{TOT} = \frac{A_0}{1 + s\tau - g_m R_C A_0} \qquad (6)$$

Risolvendo l'equazione caratteristica si ottiene il polo del sistema:

$$1 + s\tau - g_m R_C A_0 = 0 \rightarrow s_1 = \frac{g_m R_C A_0 - 1}{\tau} \qquad (7)$$

Essendo reale per avere stabilità è necessario che esso risulti negativo:

$$\frac{g_m R_C A_0 - 1}{\tau} < 0 \rightarrow A_0 < \frac{1}{g_m R_C} = 5.17 \times 10^{-3} \qquad (8)$$

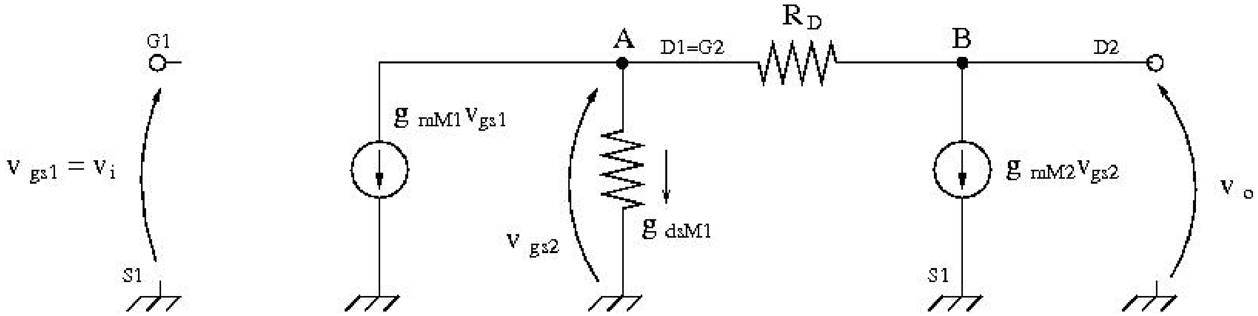
nella quale

$$g_m = \frac{I_{C0}}{V_T} = 386.8\,mS \quad \text{e} \quad V_T = \frac{KT}{q} = 25.856\text{mV} @ 27\,°C \qquad (9)\ (10)$$

<u>Esercizio 3</u>

<u>Ipotesi iniziale</u>: Entrambe I transistori MOS M1 e M2 in saturazione.

Il circuito equivalente per piccoli segnali risulta:



Applicando il principio di Kirchhoff al nodo A, si può scrivere:

$$g_{mM1} v_{gs1} + v_{gs2} g_{dsM1} + (v_A - v_B) G_D = 0 \qquad (1)$$

dove

$$G_D = 1/R_D \qquad (2)$$

Tuttavia osservando che

$$v_{gs1} = v_i \qquad (3)$$

$$v_A = v_{gs2} \qquad (4)$$

$$v_B = v_o \qquad (5)$$

La (1) diviene

$$g_{mM1} v_i + v_{gs2} g_{dsM1} + (v_{gs2} - v_o) G_D = 0 \qquad (6)$$

Applicando il principio di Kirchhoff al nodo B, si può scrivere:

$$g_{mM2} v_{gs2} = (v_A - v_B) G_D \qquad (7)$$

Inserendo la (4) e la (5) nella (6) si ottiene

$$g_{mM2} v_{gs2} = (v_{gs2} - v_o) G_D \qquad (8)$$

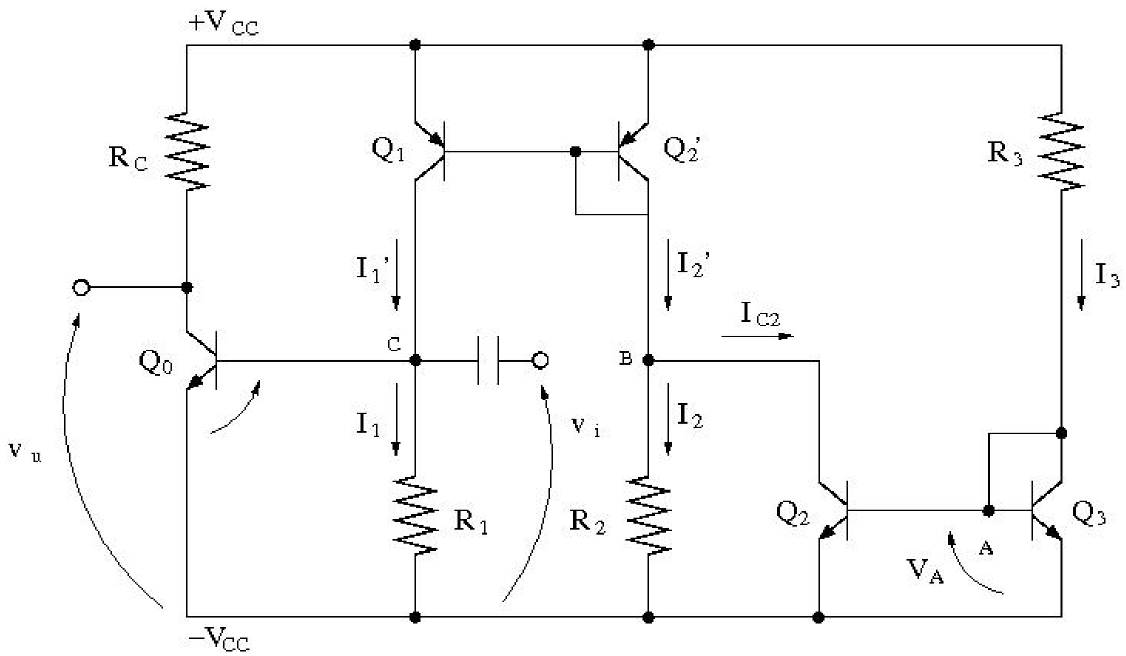
Mettendo a sistema la (6) e la (8) e risolvendo in modo da evidenziare v_i e v_o si ricava l'espressione del guadagno:

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{g_{mM1}(g_{mM2} R_D - 1)}{g_{dsM1} + g_{mM2}} = 3.27 \qquad (9)$$

<u>Esercizio 4</u>

<u>Ipotesi iniziale</u>: Tutti i transistori bipolari operano in zona attiva diretta, quindi

$$V_{be}^{NPN} = 0.7\text{V} \quad \text{e} \quad V_{eb}^{PNP} = 0.7\text{V} \qquad (1a)(1b)$$



Metodo approssimato: si considerano ideali tutti gli specchi di corrente, trascurando le correnti di base dei transistori Q1, Q2', Q2 e Q3. Sulla base di ciò la corrente di collettore I_{C3} risulta identica alla corrente che scorre su R_3. Per il ramo che include R_3 e Q3 si può scrivere:

$$V_{CC}-R_3 I_3-V_\gamma-(-V_{CC})=0 \qquad (2)$$

dalla quale

$$I_3=\frac{2\mathrm{V}_{CC}-V_\gamma}{R_3}=16.9\,\mu A \qquad (3)$$

Questa corrente viene specchiata su Q2 quindi si può assumere per le ipotesi fatte

$$I_{C2}=I_{C3}=I_3=16.9\,\mu A \qquad (4)$$

Applicando Kirchhoff al nodo B

$$I_2'=I_2+I_{C2} \qquad (5)$$

Tuttavia la tensione V_B ai capi della resistenza R_2 risulta

$$V_B=V_{CC}-V_\gamma-(-V_{CC}) \qquad (6)$$

quindi

$$I_2=\frac{V_B}{R_2}=4\,\mu A \qquad (7)$$

Dalla (5)

$$I_2'=20.9\,\mu A \qquad (8)$$

la corrente I_2' è specchiata su Q1 quindi

$$I_1'=I_2'=20.9\,\mu A \quad (9)$$

La caduta ai capi di R_1 è esattamente la tensione di soglia V_γ di Q0, pertanto

$$I_1=\frac{V_\gamma}{R_1}=7\,\mu A \qquad (10)$$

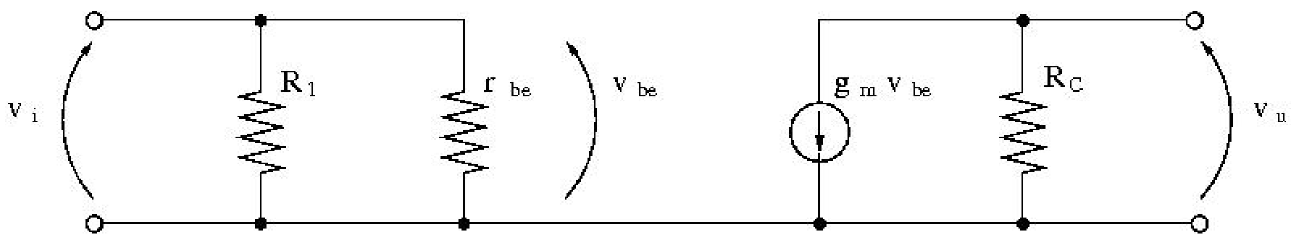
La corrente di base di Q0, applicando Kirchhoff al nodo C diviene

$$I_{B0}=I_1'-I_1=13.9\,\mu A \qquad (11)$$

Mentre quella di collettore

$$I_{C0}=\beta_n I_{B0}=1.112\mathrm{mA} \qquad (12)$$

A questo punto essendo noto il punto di riposto del transistore Q0, possono essere calcolati I parametri del modello alle variazioni e può essere tracciato il circuito equivalente per piccoli segnali come segue:



Nota 1: il circuito tracciato vale in centro banda (C assimilabile ad un cortocircuito).

Nota 2: la resistenza rce di Q1 e Q0 è stata assunta infinita.

In esso

$$g_{m0} = \frac{I_{C0}}{V_T} = 43\mathrm{mS} \qquad (13)$$

Nota 3: dallo studio del circuito equivalente (vedi seguito) la resistenza base-emettitore non è necessaria ai fini del calcolo del quadagno.

Per il circuito di figura si può scrivere

$$v_u = -g_{m0} v_{be} R_C \qquad (14)$$

$$v_i = v_{be} \qquad (15)$$

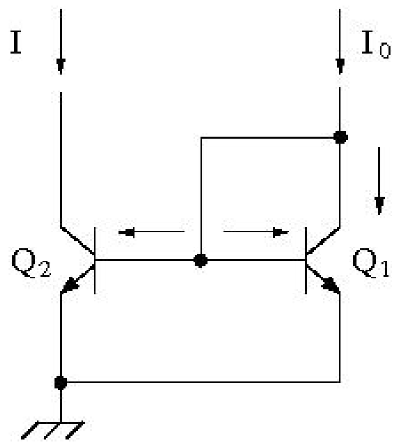
Di conseguenza il guadagno di tensione risulta

$$A_v = \frac{v_u}{v_i} = -g_{m0} R_C = -30.1 \qquad (16)$$

<u>Metodo completo:</u> si considerano anche le correnti di base dei transistori che compongono gli specchi di corrente.

Per il generico specchio di corrente riportato in figura si può scrivere

$$I_0 = I_{C1} + I_{B1} + I_{B2} \qquad (17)$$



Siccome

$$V_{be1} = V_{be2} \qquad (18)$$

le due correnti di base coincidono e, trascurando l'effetto Early anche le due correnti di collettore sono uguali; considerando Q2 si ha

$$I_{B1} = I_{B2} = \frac{I}{\beta} \qquad (19)$$

$$I_{C1} = I_{C2} = I \qquad (20)$$

Sostituendo la (19) e la (20) nella (17) si ricava

$$I_0 = I + 2\frac{I}{\beta} \quad \text{ovvero} \quad I = \frac{I_0}{1 + 2/\beta} \qquad (21)$$

Sulla base di questo risultato si può ripetere il calcolo del punto di riposo; come nel metodo semplificato

$$I_3 = \frac{2\mathrm{V}_{CC} - V_\gamma}{R_3} = 16.9\mu A \qquad (22)$$

$$I_2 = \frac{V_B}{R_2} = 4\mu A \qquad (23)$$

$$I_1 = \frac{V_\gamma}{R_1} = 7\mu A \qquad (24)$$

quindi

$$I_{C2}=\frac{I_3}{1+2/\beta_n}=16.49\mu A \qquad (25)$$

$$I_2'=I_2+I_{C2}=20.49\mu A \qquad (26)$$

$$I_1'=\frac{I_2'}{1+2/\beta_p}=19.99\mu A \qquad (27)$$

$$I_{B0}=I_1'-I_1=12.99\mu A \qquad (28)$$

$$I_{C0}=\beta_n I_{B0}=1.0392\text{mA} \qquad (29)$$

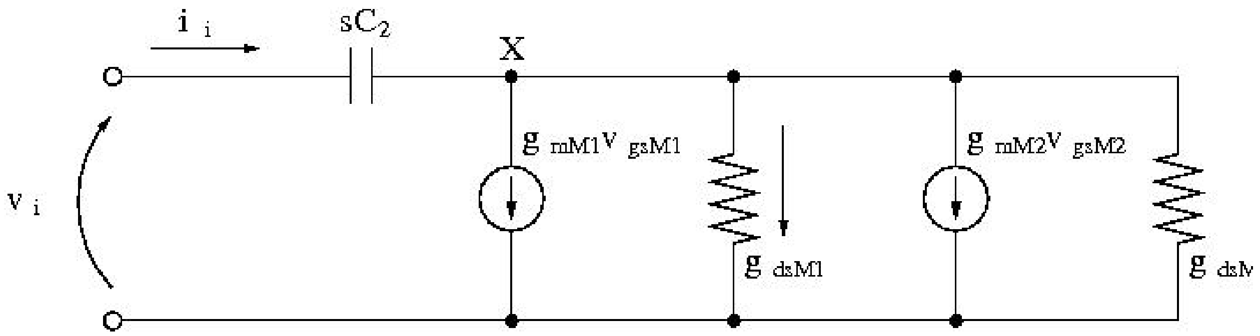
Con il valore di I_{C0} ottenuto si ricava la transconduttanza di Q0 e quindi il guadagno di tensione

$$A_v=\frac{v_u}{v_i}=-g_{m0}R_C=-28.1 \qquad (30)$$

<u>Esercizio 5</u>

<u>Ipotesi iniziale</u>: entrambe I transistori MOS in regime di saturazione.

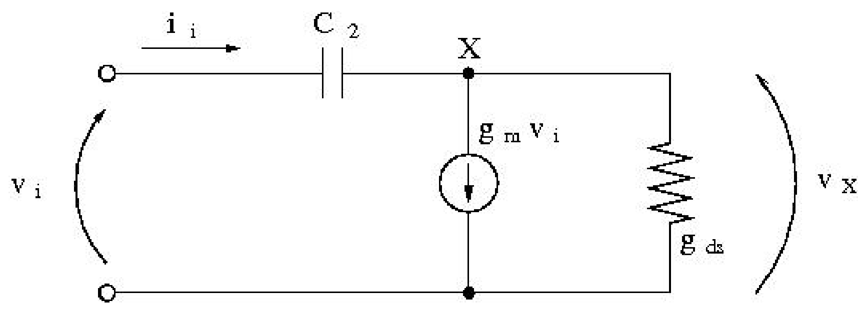
Per l'ipotesi fatta si può tracciare il circuito equivalente per piccoli segnali risulta:



Si noti che

$$v_{gsM1}=v_{gsM2}=v_i \qquad (1)$$

Sommado le due conduttanze in parallelo e i due generatori di corrente (pilotati dalla stessa tensione), considerando la (1) si ottiene il seguente circuito semplificato:



nel quale

$$g_{ds}=g_{dsM1}+g_{dsM2} \qquad (2)$$

$$g_m=g_{mM1}+g_{mM2}=1.05\text{mS} \qquad (3)$$

M1 e M2 sono polarizzati con la stessa corrente I_{D1} quindi

$$g_{ds}=g_{dsM1}+g_{dsM2}=I_{D1}(\lambda_n+\lambda_p)=125\,\mu S \quad (4)$$

Analizzando il ramo di ingresso contenente C_2 si ha

$$i_i=(v_i-v_X)sC_2 \quad (5)$$

Applicando Kirchhoff al nodo X

$$i_i-g_m v_i-v_X g_{ds}=0 \quad (6)$$

Ricavando v_X dalla (5) e sostituendo nella (6) si ottiene

$$i_i\left[1+\frac{g_{ds}}{sC_2}\right]=v_i(g_m+g_{ds}) \quad (7)$$

dalla quale

$$Z_i(s)=\frac{v_i}{i_i}=\frac{sC_2+g_{ds}}{sC_2(g_m+g_{ds})} \quad (8)$$

Passando nel dominio delle pulsazioni la (8) diviene

$$Z_i(j\omega)=\frac{v_i}{i_i}=\frac{j\omega C_2+g_{ds}}{j\omega C_2(g_m+g_{ds})} \quad (9)$$

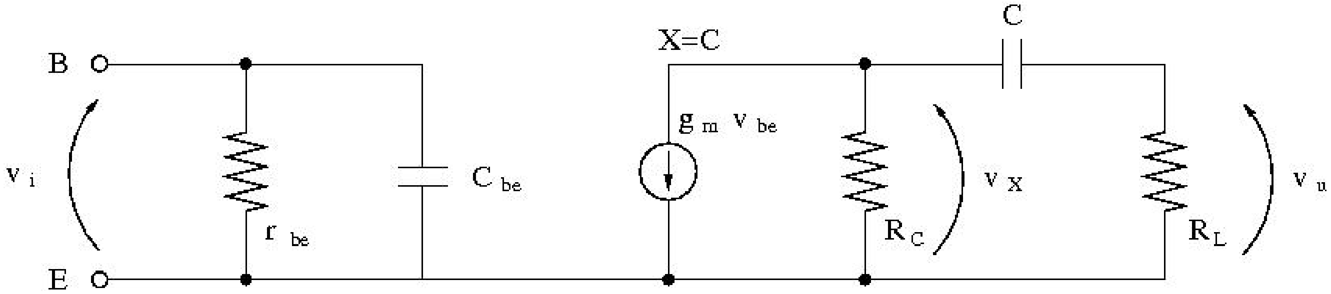
Il modulo dell'impedenza di ingresso calcolato in $\omega=2\pi\,880\,Mrad/s$ risulta

$$modulo[Z_i(j\omega)]_{\omega=2\pi 880 Mrad/s}=\sqrt{\frac{(\omega C_2)^2+g_{ds}^2}{(\omega C_2)^2(g_m+g_{ds})^2}}=852\,\Omega \quad (10)$$

Esercizio 6

Ipotesi iniziale: BJT operante in zona attiva diretta

Il circuito rappresenta uno stadio amplificatore ad emettitore comune. Per l'ipotesi fatta si può tracciare il circuito equivalente per piccoli segnali come segue:



Applicando Kirchhoff al nodo X

$$g_m v_{be}+\frac{v_X}{R_C}+\frac{v_u}{R_L}=0 \quad (1)$$

inoltre, analizzando la maglia di uscita

$$v_X=v_u+\frac{v_u}{R_L}\frac{1}{sC} \quad (2)$$

Analizzando la maglia di ingresso

$$v_{be} = v_i \qquad (3)$$

Mettendo a sistema le tre equazioni e risolvendo rispetto a v_i e v_u si ottiene

$$v_u = -v_i \frac{g_m R_C}{1 + \frac{1}{s R_L C} + \frac{R_C}{R_L}} = -v_i \frac{s g_m R_C R_L C}{1 + s(R_L + R_C) C} \qquad (4)$$

Dalla quale

$$A_v(s) = \frac{v_u}{v_i} = \frac{-s g_m R_C R_L C}{1 + s(R_L + R_C) C} \qquad (5)$$

La funzione di risposta armonica $s \rightarrow j\omega$ è:

$$A_v(j\omega) = \frac{v_u}{v_i} = \frac{-j\omega g_m R_C R_L C}{1 + j\omega(R_L + R_C) C} \qquad (6)$$

Il modulo del guadagno di tensione alla pulsazione di interesse $\omega = 2\pi 300\, Krad/s$ risulta

$$modulo[A_v(j\omega)]_{\omega = 2\pi 300\, Krad/s} = \sqrt{\frac{\omega g_m^2 R_C^2 R_L^2 C^2}{1 + \omega^2 (R_L + R_C)^2 C^2}} = 17.79 \qquad (7)$$