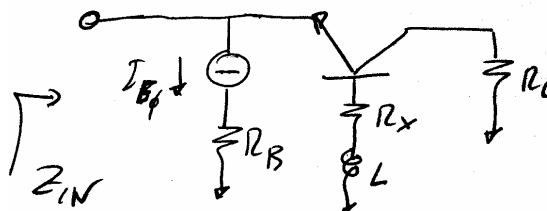


Ai fini della determinazione del voto verrà utilizzato un peso positivo pari a 1 in caso di risposta corretta ed un peso negativo pari a -0.2 in caso di risposta errata.

Negli esercizi, ove necessario e salvo indicazioni contrarie, si consideri che i circuiti operino a temperatura ambiente, che gli OP-AMP siano ideali e lavorino in c.c. virtuale. Si utilizzi $V_\gamma = 0.7 \text{ V}$ per le giunzioni p-n in diretta. Si osservi inoltre che la transconduttanza di un MOSFET in saturazione può essere calcolata come $g_m = \sqrt{2\mu C_{ox} \frac{W}{L} I_{D0}}$.

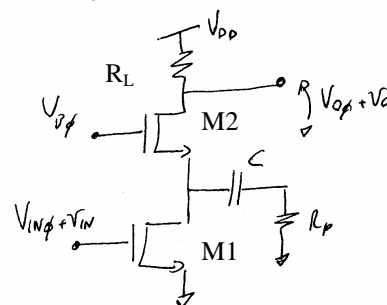
A.1) Quanto vale il modulo dell'impedenza di ingresso a 100MHz? Si usi il modello del BJT a bassa frequenza.

Dati: $I_{E0} = 2 \text{ mA}$, $R_B = 150 \Omega$, $L = 2 \mu\text{H}$, $R_x = 100 \Omega$, $R_L = 50 \Omega$, $\beta = 100$.



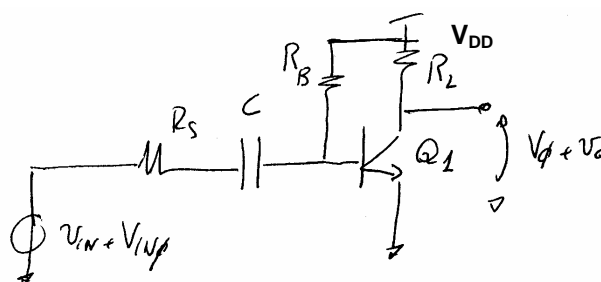
A.2) Calcolare il guadagno di tensione ($A_v = v_o/v_{in}$) in centro-banda (trascurare l'impedenza del condensatore-serie C)

Dati: $V_{TN} = 1 \text{ V}$, $\mu C_{oxN} = 100 \mu\text{A/V}^2$, $(W/L)_1 = 100$, $(W/L)_2 = 25$, $V_{DD} = 5 \text{ V}$, $V_{IN0} = 1.5 \text{ V}$, $V_{B0} = 2.7 \text{ V}$, $R_L = 1 \text{ k}\Omega$, $R_P = 2 \text{ k}\Omega$



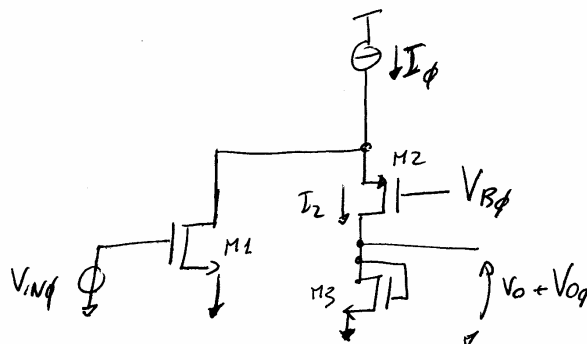
A.3) Si calcoli il valore del guadagno di tensione $A_v = v_o/v_i$ in centro-banda.

Dati: $\beta = 100$, $V_{DD} = 3 \text{ V}$, $V_{IN0} = -1 \text{ V}$, $R_S = 600 \Omega$, $R_B = 92 \text{ k}\Omega$, $R_L = 1 \text{ k}\Omega$.



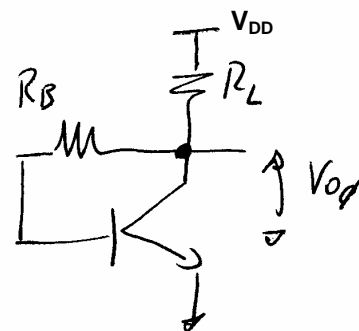
B.1) Calcolare V_{IN0} , affinché $I_2 = I_0/3$.

Dati: $V_{TN} = -V_{TP} = 1 \text{ V}$, $\mu C_{oxN} = 100 \mu\text{A/V}^2$, $\mu C_{oxP} = 35 \mu\text{A/V}^2$, $(W/L)_1 = 10$, $(W/L)_2 = 35$, $I_0 = 300 \mu\text{A}$, $V_{B0} = 1.2 \text{ V}$.



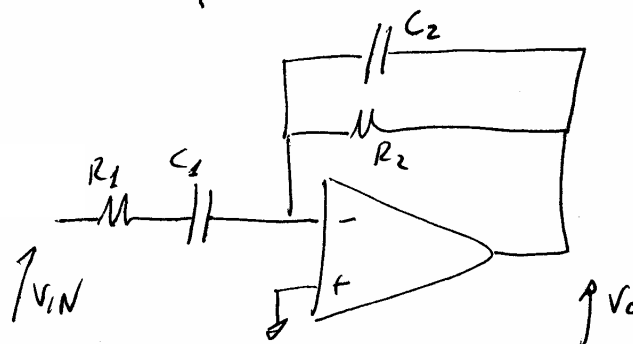
B.2) Calcolare il valore della tensione di uscita a riposo (V_{O0})

Dati: $\beta=100$, $R_B=50\text{ k}\Omega$, $R_L=1.5\text{ k}\Omega$, $V_{DD}=5\text{V}$.



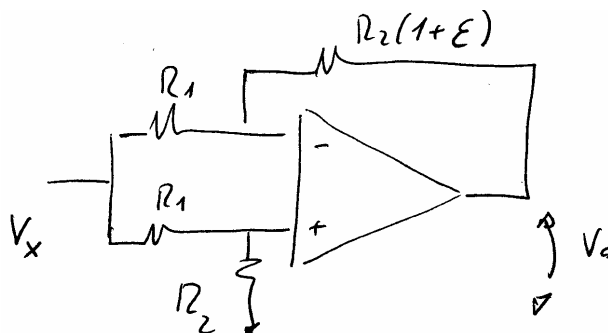
C.1) Si calcoli il modulo del guadagno di tensione a $f=10\text{kHz}$. Si consideri a tale scopo l'amplificatore operazionale privo di effetti reattivi.

Dati: $C_1=350\text{ nF}$, $R_1=3\text{ k}\Omega$, $C_2=20\text{ pF}$, $R_2=10\text{ k}\Omega$.



C.2) Si calcoli il valore della tensione di uscita V_O .

Dati: $V_x=2\text{ V}$, $R_1=10\text{ k}\Omega$, $R_2=40\text{ k}\Omega$, $\varepsilon=5\%$.



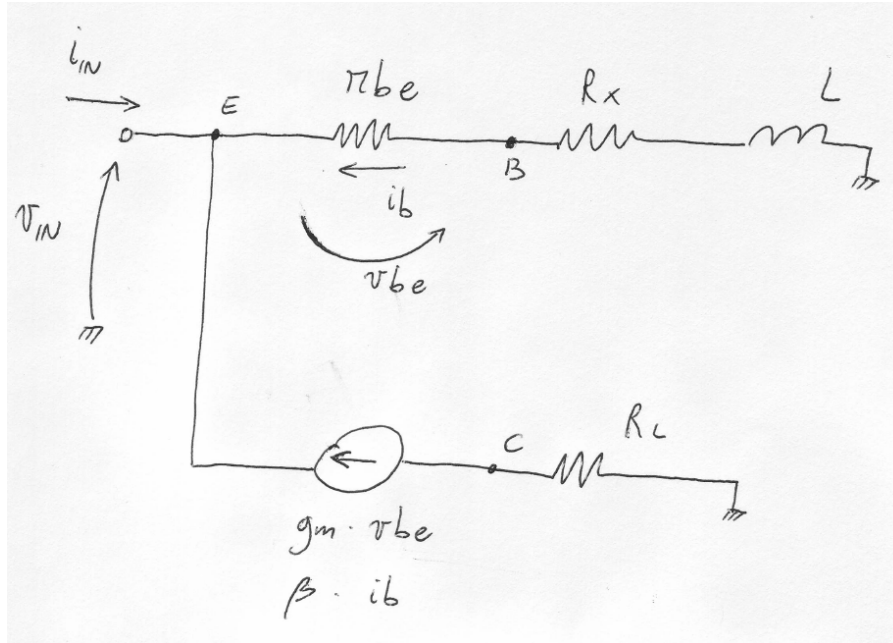
D.1) Dato un circuito in retroazione con $H_d = \frac{A(1+jf/f_z)}{(1+jf/f_{p1})(1+jf/f_{p2})(1+jf/f_{p3})}$ (f.d.t. del blocco diretto) e

$H_r = K$ (f.d.t. del blocco di retroazione), con K reale, si calcoli il valore di K necessario per ottenere un margine di fase di 45° . Si faccia uso dell'approssimazione asintotica per il tracciamento dei diagrammi di Bode.

Dati: $A=80\text{ dB}$, $f_z=100\text{ kHz}$, $f_{p1}=1\text{ kHz}$, $f_{p2}=1\text{ MHz}$, $f_{p3}=10\text{ MHz}$.

Sol. A.1)

Ricordando che i generatori di corrente ideali si rappresentano come circuiti aperti ai piccoli segnali (si consideri infatti che la "variazione" di corrente del generatore è nulla), il circuito di figura ha per equivalente alle variazioni la seguente rete lineare:



Il bilancio delle correnti al nodo E di emettitore si scrive:

$$i_{IN} = -(\beta + 1)i_b$$

ma dal ramo di base si ottiene anche:

$$i_b = -\frac{v_{IN}}{(r_{be} + R_x) + j\omega L}$$

pertanto, combinando le equazioni precedenti, si ottiene:

$$i_{IN} = -(\beta + 1) \frac{v_{IN}}{(r_{be} + R_x) + j\omega L}$$

da cui si deduce l'impedenza di ingresso della rete in funzione della pulsazione elettrica ω :

$$Z_{IN}(j\omega) = \frac{v_{IN}(j\omega)}{i_{IN}(j\omega)} = \frac{(r_{be} + R_x) + j\omega L}{(\beta + 1)}$$

Il modulo dell'impedenza di ingresso alla generica frequenza f è:

$$|Z_{IN}(j2\pi f)| = \frac{\sqrt{(r_{be} + R_x)^2 + (2\pi f L)^2}}{(\beta + 1)}$$

in cui l'unico parametro da calcolare è la resistenza differenziale base-emettitore r_{be} . Supponendo il transistor bipolare in regione attiva diretta si calcola:

$$r_{be} = \frac{V_{TH}}{I_B} = \frac{V_{TH}(\beta + 1)}{I_E} = \frac{26e^{-3} \cdot 101}{2e^{-3}} = 1.313 \text{ k}\Omega$$

Sostituendo nell'espressione precedente, l'impedenza di ingresso alla frequenza $f = 100\text{MHz}$ vale, in modulo:

$$|Z_{IN}(j\omega)| = \frac{1.891e^3}{101} = 18.7 \text{ }\Omega$$

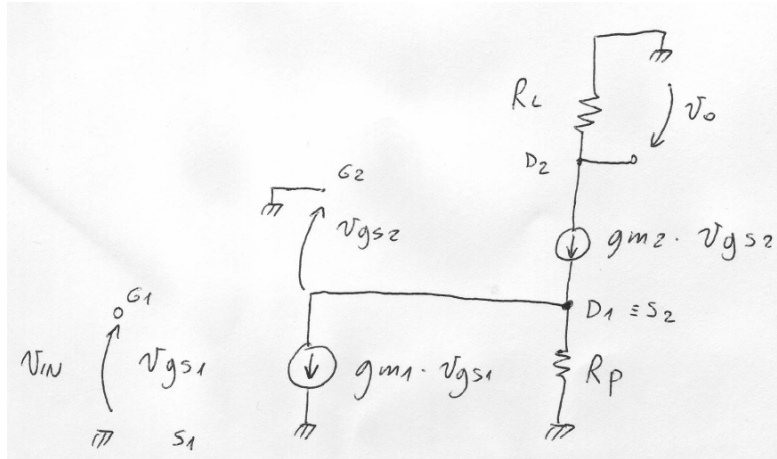
La verifica dell'ipotesi di transistor in regione attiva diretta si compie verificando la condizione $V_{CE} > V_{CE,SAT}$. In questo caso:

$$V_{CE} = \left(-R_L I_{E0} \frac{\beta}{\beta + 1} \right) - \left(R_X \frac{I_{E0}}{\beta + 1} - V_\gamma \right) = 0.6 \text{ V}$$

superiore alle tensioni di saturazioni tipiche ($V_{CE,SAT} = 0.1 \text{ V} \div 0.3 \text{ V}$) e l'ipotesi è fondata.

Sol. A.2)

Come suggerito dal testo del problema, alle frequenze di centro-banda, il condensatore-serie C ha impedenza trascurabile: pertanto può essere considerato come un corto-circuito e non compare nel circuito ai piccoli segnali dell'amplificatore.



Per il calcolo del guadagno di tensione di un amplificatore può essere conveniente valutare il potenziale di uscita ai piccoli segnali per poi esprimerlo in funzione della tensione di ingresso. In questo caso è:

$$v_O = -R_L \cdot g_{m2} \cdot v_{gs2}$$

Il nodo D1 (o, equivalentemente S2) fornisce il bilancio delle correnti:

$$v_{D1} \cdot G_P + g_{m1} \cdot v_{gs1} = g_{m2} \cdot v_{gs2}$$

dove v_{D1} è il potenziale ai piccoli segnali ai capi di R_P e G_P è la conduttanza associata alla resistenza R_P ($G_P = R_P^{-1}$). Osservando che $v_{GS1} = v_{IN}$ e $v_{GS2} = -v_{D1}$, dal bilancio precedente si ottiene:

$$v_{gs2} = \frac{g_{m1} \cdot R_P \cdot v_{IN}}{1 + g_{m2} \cdot R_P}$$

Sostituendo nell'espressione del potenziale di uscita, il guadagno di tensione in centro-banda diviene:

$$A_v^{CB} = \frac{v_O}{v_{IN}} = -R_L \cdot g_{m2} \cdot \frac{g_{m1} \cdot R_P}{1 + g_{m2} \cdot R_P}$$

Per fornire l'espressione numerica cercata occorre calcolare i parametri differenziali di transconduttanza dei dispositivi, g_{m1} e g_{m2} .

Considerando che, per il calcolo del punto di riposo (analisi di polarizzazione), il condensatore C si comporta come un circuito aperto, vale il seguente bilancio delle correnti di drain (ipotesi di saturazione o pinch-off dei dispositivi):

$$I_1 = I_2 \iff \frac{1}{2} \mu C_{OX} \left(\frac{W}{L} \right)_1 (V_{GS1} - V_{TN})^2 = \frac{1}{2} \mu C_{OX} \left(\frac{W}{L} \right)_2 (V_{GS2} - V_{TN})^2$$

da cui si ottiene:

$$V_{GS2} = 2V_{GS1} - V_{TN} = 2 \cdot 1.5 - 1 = 2 \text{ V}$$

Il valore numerico della corrente, necessario per il calcolo della transconduttanza, è:

$$I_1 = I_2 = 1.25 \text{ mA}$$

e conduce alle espressioni:

$$g_{m1} = \sqrt{2 \mu C_{OX} \left(\frac{W}{L} \right)_1 I_1} = 5 \text{ mS}$$

$$g_{m2} = \sqrt{2 \mu C_{OX} \left(\frac{W}{L} \right)_2 I_2} = 2.5 \text{ mS}$$

Prima di procedere oltre conviene verificare se la condizione di saturazione dei MOSFET che ha condotto a questi risultati è verificata. La tensione di saturazione per M_1 vale:

$$V_{SAT1} = V_{GS1} - V_{TN} = 1.5 - 1 = 0.5 \text{ V}$$

mentre la tensione drain-source è:

$$V_{DS1} = V_{D1} = V_{S2} = V_{B0} - V_{GS2} = 2.7 - 2 = 0.7 \text{ V}$$

dal momento che $V_{DS1} > V_{SAT1}$ l'ipotesi è verificata.

Analogamente si verifica l'effettiva saturazione di M_2 :

$$V_{SAT2} = V_{GS2} - V_{TN} = 2 - 1 = 1 \text{ V}$$

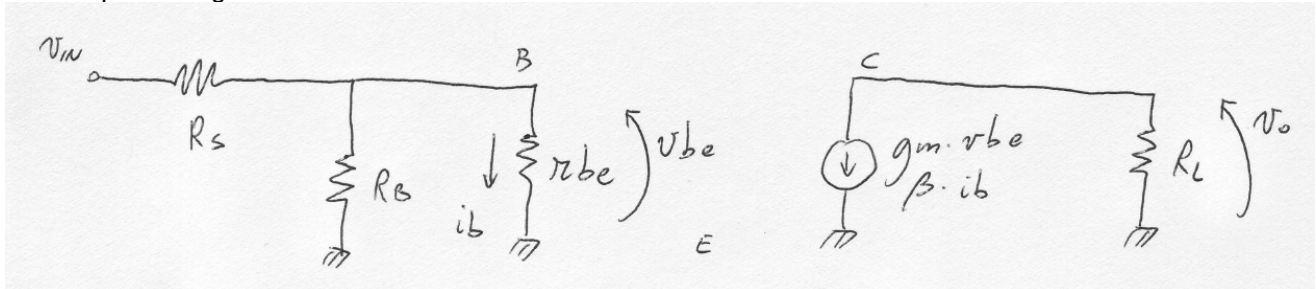
$$V_{DS2} = V_{DD} - R_L \cdot I_1 - V_{DS1} = 1.75 \text{ V}$$

L'analisi di polarizzazione è dunque fondata e i parametri differenziali calcolati sono corretti. Riprendendo l'espressione del guadagno e sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$A_v^{CB} = -R_L \cdot g_{m2} \cdot \frac{g_{m1} \cdot R_P}{1 + g_{m2} \cdot R_P} = -\frac{25}{6} \simeq -4.2$$

Sol. A.3)

Per centro-banda si intende la gamma di frequenze per cui il condensatore-serie C ha impedenza trascurabile e può essere considerato un buon corto-circuito. Viceversa, le capacità interne del dispositivo (C_{BE} e C_{BC}) devono essere considerate circuiti aperti in quanto il loro valore è così piccolo che, alla massima frequenza di interesse, l'impedenza ad essi associata è molto maggiore delle altre impedenze in gioco; si considerano dunque come circuiti aperti. Il circuito ai piccoli segnali diviene:



Procedendo ancora una volta a partire dal ramo di uscita si ottiene:

$$v_O = -R_L \cdot g_m \cdot v_{be} = -R_L \cdot g_m \cdot \frac{(R_B // r_{be})}{R_S + (R_B // r_{be})} \cdot v_{IN}$$

dove si è fatto uso della relazione per il partitore resistivo tra R_S ed il parallelo ($R_B // r_{BE}$). Il guadagno cercato è dunque:

$$A_v^{CB} = \frac{v_O}{v_{IN}} = -R_L \cdot g_m \cdot v_{be} = -R_L \cdot g_m \cdot \frac{(R_B // r_{be})}{R_S + (R_B // r_{be})}$$

in cui compaiono i parametri di piccolo segnale g_m ed r_{BE} derivabili dall'analisi di polarizzazione dell'amplificatore. Considerando la giunzione base-emettitore accesa con potenziale $V_\gamma = 0.7$ V (come suggerito dal testo della prova), la corrente di base vale:

$$I_B = \frac{V_{DD} - V_\gamma}{R_B} = \frac{3 - 0.7}{92e^{-3}} = 25 \mu A$$

mentre, nell'ipotesi di funzionamento in regione attiva diretta, la corrente di collettore del transistor è:

$$I_C = \beta I_B = 2.5 \text{ mA}$$

I parametri cercati valgono dunque:

$$r_{be} = \frac{V_{TH}}{I_B} = \frac{26e^{-3}}{25e^{-6}} = 1.04 \text{ k}\Omega$$

$$g_m = \frac{I_C}{V_{TH}} = \frac{2.5e^{-3}}{26e^{-3}} = 96 \text{ mS}$$

Occorre tuttavia verificare che l'ipotesi di regione attiva diretta del transistor bipolare sia fondata verificando che la tensione collettore-emettitore sia superiore al limite di saturazione:

$$V_{CE} = V_{DD} - R_L \cdot I_C = 0.5 \text{ V}$$

Considerando che i valori tipici di tensione di saturazione variano tra 0.1 V e 0.3 V, il dispositivo opera in regione attiva diretta.

Sostituendo i parametri differenziali nell'espressione del guadagno di tensione e considerando:

$$R_B // r_{be} = \frac{R_B \cdot r_{be}}{R_B + r_{be}} = 1028 \Omega$$

si conclude:

$$A_v^{CB} = -61.2$$

Il condensatore C, detto "di disaccoppiamento" (bypass) ha lo scopo di isolare in continua l'amplificatore dallo stadio immediatamente a monte mantenendo l'accoppiamento ai segnali; ciò assicura maggiore semplicità nel progetto degli amplificatori multistadio in quanto la polarizzazione dei singoli componenti è indipendente.

Sol. B.1)

Il bilancio delle correnti al nodo di source di M_2 (equivalente al drain di M_1) è: $I_1 + I_2 = I_0$ che, a sistema con la condizione da imporre $I_2 = I_0 / 3$ conduce al risultato $I_1 = (2/3) \cdot I_0 = 200 \mu A$ e $I_2 = 100 \mu A$. Il potenziale V_{IN0} corrisponde alla tensione gate-source di M_1 pertanto, supponendo il dispositivo saturo (pinch-off), si ottiene:

$$V_{IN0} = V_{GS1} = V_{TN} + \sqrt{\frac{2I_1}{\mu C_{OXn}(W/L)_1}} = 1.63 V$$

Per verificare l'ipotesi di saturazione per il dispositivo di ingresso occorre calcolarne il potenziale di drain attraverso il potenziale source-gate di M_2 ($V_{S2} = V_{B0} + V_{SG2}$). Tuttavia, il valore di V_{SG2} è noto solo con l'ipotesi di dispositivo saturo; dal momento che le dimensioni del diodo M_3 non sono specificate, non è possibile eseguire la verifica della regione di funzionamento di M_2 e, in definitiva, di M_1 . Pertanto, qualora si dimostri impossibile determinare la regione di lavoro, si ritiene che tutti i dispositivi all'interno dei circuiti amplificatori operino in condizioni di saturazione (se MOSFET) o in attiva diretta (se bipolari).

Si osservi infine che il circuito amplificatore proposto è una versione evoluta dello schema del problema A.2: infatti la resistenza R_L è stata sostituita da un carico attivo NMOS (M_3) e la cascata di amplificatori elementari source-comune (CS) e gate-comune (CG) del problema A.2 è "ripiegata" rispetto al nodo di source di M_2 . L'architettura presentata è una forma semplice di amplificatore "cascole ripiegato" (folded cascode) che trova larga diffusione in progetti con bassa tensione di alimentazione; infatti la soluzione "ripiegata" consente maggiore flessibilità nella polarizzazione dei dispositivi garantendo, in genere, una più ampia dinamica del segnale di uscita.

Per contro da luogo, a parità di prestazioni, a consumi maggiori rispetto alla soluzione non ripiegata in quanto il generatore I_0 deve fornire la corrente somma $I_1 + I_2$. Si consideri inoltre che l'amplificatore "ripiegato" necessita di dispositivi NMOS e PMOS e, per applicazioni microelettroniche, non ha potuto essere integrato in processi tecnologici NMOS, peraltro oggi molto obsoleti.

Sol. B.2)

Dal ramo di base si ottiene:

$$V_O = V_\gamma + R_L I_B$$

mentre da ramo di collettore si ottiene:

$$V_O = V_{DD} - R_L I_B \beta$$

dove si è fatto uso della relazione $I_C = \beta \cdot I_B$ (ipotesi transistor in regione attiva diretta).

Eliminando la variabile V_O , il sistema delle due equazioni precedenti permette di calcolare la corrente di base:

$$I_B = \frac{V_{DD} - V_\gamma}{R_L(\beta + 1)} = 23 \mu A$$

La tensione di uscita è allora:

$$V_O = V_\gamma + R_L I_B = 1.8 V$$

Si osservi che essendo $V_O = V_{CE} > V_{CE,SAT}$ il bipolare lavora effettivamente in regione normale (attiva diretta).

Sol. C.1)

L'amplificatore di figura è connesso secondo una comune configurazione invertente in cui gli elementi reattivi contribuiscono a definire la funzione di trasferimento di un filtro attivo. Si osservi che la coppia R_2 - C_2 è tipica di circuiti integratori ad operazionali mentre la coppia R_1 - C_1 è caratteristica dei circuiti derivatori; se il circuito è ben dimensionato è lecito aspettarsi che i due comportamenti interagiscano per dare luogo ad una funzione di trasferimento di tipo passa-banda.

Nel dominio complesso la tensione di uscita è:

$$V_O(s) = V_{IN}(s) \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} = V_{IN}(s) \frac{1}{Y_2(s)Z_1(s)}$$

dove:

$$Y_2(s) = G_2 + sC_2$$

è l'ammettenza della rete R_2 - C_2 parallelo mentre:

$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{sC_1} = \frac{1 + sR_1C_1}{sC_1}$$

è l'impedenza serie di R_1 - C_1 .

Esplicitando i termini, l'espressione del guadagno in tensione è la seguente:

$$A_v(s) = \frac{V_O(s)}{V_{IN}(s)} = \frac{sR_2C_1}{(1 + sR_1C_1)(1 + sR_2C_2)}$$

con profilo passa-banda come atteso.

Prendendone il modulo si ha:

$$|A_v(j\omega)| = \frac{\omega R_2 C_1}{\sqrt{1 + (\omega R_1 C_1)^2} \sqrt{1 + (\omega R_2 C_2)^2}}$$

che, per $\omega = 2\pi \cdot 10^4$ rad/s vale:

$$|A_v(j2\pi 10^4)| = 3.31$$

Sol. C.2)

Considerando l'operazionale funzionante in regione di alto guadagno (regime di c.c. virtuale) il circuito è lineare quindi vale il principio di sovrapposizione degli effetti. Indichiamo con V_O^+ il potenziale di uscita dovuto al solo segnale entrante sul partitore R_1 - R_2 e con V_O^- l'uscita dovuta al segnale entrante sul ramo invertente dell'amplificatore si ha:

$$V_O^+ = V_X \frac{R_2}{R_1 + R_2} \left(1 + \frac{R_2(1 + \epsilon)}{R_1} \right) \quad (\text{conf. non invertente})$$

$$V_O^- = -\frac{R_2(1 + \epsilon)}{R_2} V_X \quad (\text{conf. invertente})$$

La tensione di uscita si ottiene sommando i due contributi:

$$V_O = V_O^+ - V_O^- = V_X \left[\frac{R_2}{R_1 + R_2} \left(1 + \frac{R_2(1 + \epsilon)}{R_1} \right) - \frac{R_2(1 + \epsilon)}{(R_1)} \right]$$

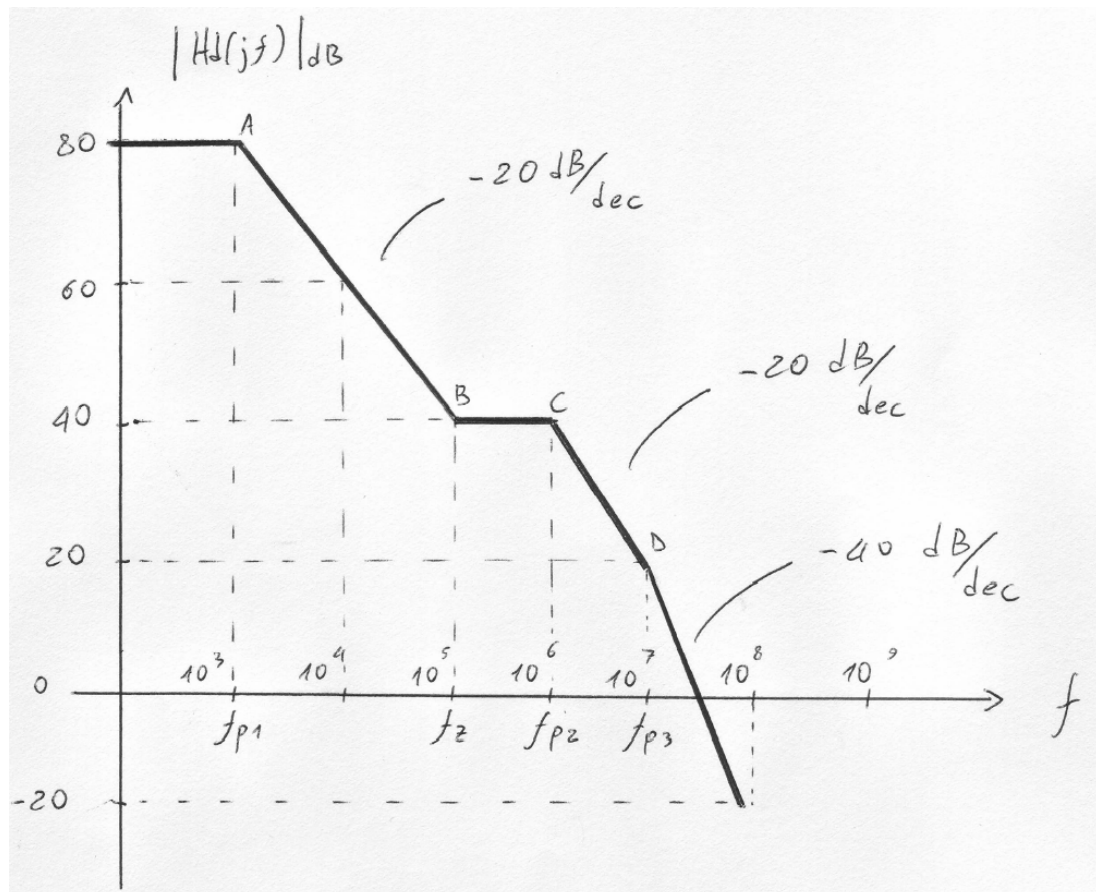
e, sostituendo i valori numerici, vale $V_O = -80$ mV.

Si osservi che, per $\epsilon = 0$, l'espressione della tensione di uscita fornisce la relazione identicamente vera $V_O = 0$ in quanto il segnale V_X è applicato ad entrambi gli ingressi dell'amplificatore differenziale (bilanciato nel caso ideale $\epsilon = 0$).

Sol. D.1)

Il calcolo del margine di fase e le considerazioni sulla stabilità dei sistemi retroazionati si compie, in generale, sulla funzione di anello $H(j\omega) = H_d(j\omega) \cdot H_r(j\omega)$. E' possibile anche studiare la funzione $H_d(j\omega)$ e valutare sui diagrammi di Bode l'effetto che questa subisce a causa di H_r .

La funzione $H_d(j\omega)$ ha il seguente diagramma delle ampiezze (asintotico):



Considerato che la distanza relativa di poli e zeri non è mai inferiore ad una decade, si può ritenere che in corrispondenza di un polo/zero la rotazione di fase introdotta da ciascuno dei precedenti poli/zeri sia completa (rispettivamente -90° o $+90^\circ$ in quanto poli e zeri sono tutti negativi).

Affinché il margine di fase del sistema sia 45° occorre allora che il diagramma delle ampiezze di $H(j\omega) = H_d(j\omega) \cdot H_r(j\omega)$ attraversi l'asse delle frequenze in corrispondenza del polo f_{p3} ; infatti la fase di $H(j\omega)$ dipende, in questo caso, solo dal blocco diretto $H_d(j\omega)$ (si ricordi dal testo che H_r è reale e necessariamente positivo per garantire la stabilità con $A > 0$) e vale:

$$\text{phase}[H_d(j2\pi \cdot f_{p3})] = -90^\circ + 90^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

introdotti rispettivamente da f_{p1} , f_z , f_{p2} e f_{p3} . Si conclude allora che se la funzione di anello $H(j\omega)$ attraversasse l'asse delle ascisse in corrispondenza del punto D, il margine di fase sarebbe 45° .

Affinché ciò accada è necessario che la funzione H_r trasli verticalmente il diagramma dei moduli di $H_d(j\omega)$ di 20 dB verso il basso; questo avviene per un blocco di retroazione tale che $1/H_r = 20\text{dB}$, cioè $H_r = -20\text{ dB}$.