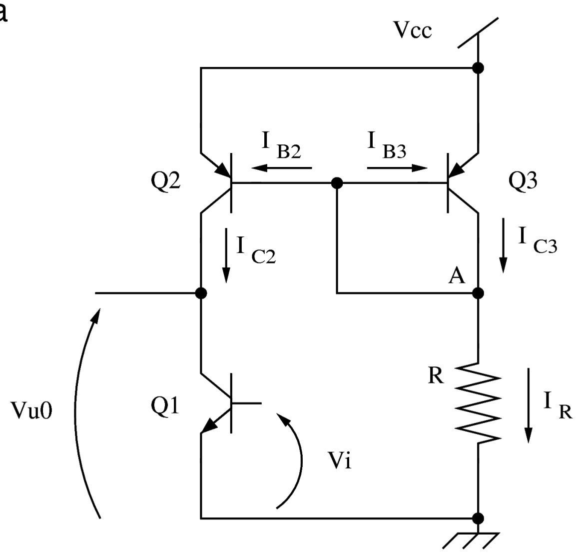
Fondamenti di Elettronica B/BC – A.A. 2008/2009
Correzione Prova n°4 del 06/07/09

<u>Esercizio 1</u>

<u>Ipotesi iniziale</u>: Tutti I transistori bipolari in Zona Attiva Diretta, quindi



$$V_{BE} = V_{EB} = V_{\gamma} = 0.7\mathrm{V} \qquad (1)$$

Relativamente alla maglia comprendente $Q3$ e R si può scrivere:

$$V_{CC} - V_{EB3} - RI_R = 0$$

ovvero

$$V_{CC} - V_{\gamma} - RI_R = 0 \qquad (2)$$

Dalla quale

$$I_R = \frac{V_{CC} - V_{\gamma}}{R} = 186.7\,\mu A \qquad (3)$$

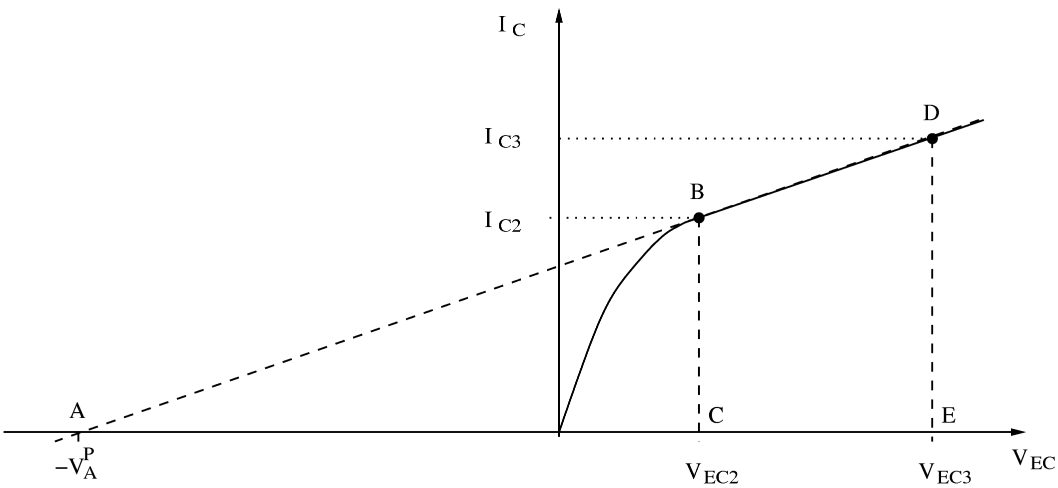
Applicando Kirchhoff al nodo A

$$I_R = I_{C3} + I_{B3} + I_{B2} \qquad (4)$$

D'altro canto

$$I_{B3} = \frac{I_{C3}}{\beta_P} \text{ e } I_{B2} = \frac{I_{C2}}{\beta_P} \qquad (5),(6)$$

Supponendo lo specchio ideale sarebbe possibile uguagliare le correnti I_{C3} e I_{C2} così come quelle di base; tuttavia, essendo richiesto di considerare l'effetto delle tensioni di Early, occorre procedere sulla base della caratteristica $I_C(V_{EC})$ riportata nella figura seguente:



Siccome I triangoli ACB e AED sono simili, il rapporto tra i lati deve sottostare alla seguente proporzione:

$$\frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE} \qquad (7)$$

ovvero

$$\frac{I_{C2}}{I_{C3}}=\frac{V_{EC2}+V_A^P}{V_{EC3}+V_A^P} \qquad (8)$$

Dalla quale

$$I_{C2}=I_{C3}\frac{V_{EC2}+V_A^P}{V_{EC3}+V_A^P} \qquad (9)$$

Osservando che

$$V_{EC2}=V_{CC}-V_{u0}=2.5\mathrm{V} \qquad (10)$$

$$V_{EC3}=V_{\gamma}=0.7\mathrm{V} \qquad (11)$$

e sostituendo nella (9) si ottiene:

$$I_{C2}=1.05\mathrm{I}_{C3} \qquad (12)$$

Sostituendo la (12) nella (6)

$$I_{B2}=\frac{1.05\mathrm{I}_{C3}}{\beta_P} \qquad (13)$$

A questo punto sostituendo la (13) e la (5) nella (4) si ricava I_{C3}

$$I_{C3}=\frac{I_R}{1+\frac{2.05}{\beta_P}}=169.3\mu A \qquad (14)$$

Sfruttando la (12)

$$I_{C2}=1.05\mathrm{I}_{C3}=177.8\,\mu A \qquad (15)$$

La corrente di collettore di $Q2$ coincide con quella di $Q1$ quindi

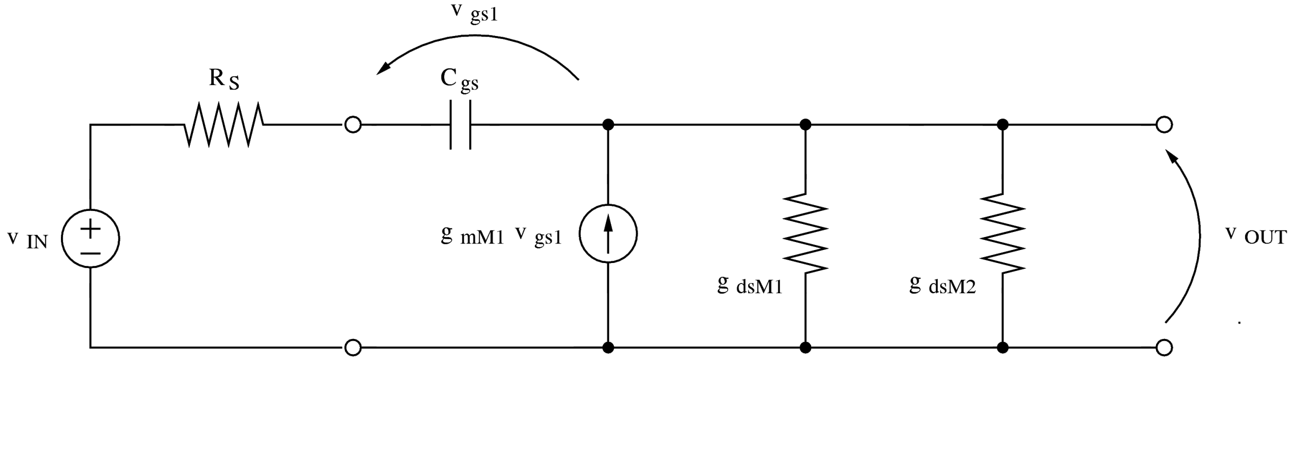
$$g_{mQ1}=\frac{I_{C1}}{V_T}=6.877\,mS \qquad (16)$$

nella quale V_T rappresenta la tensione termica data da KT/q .

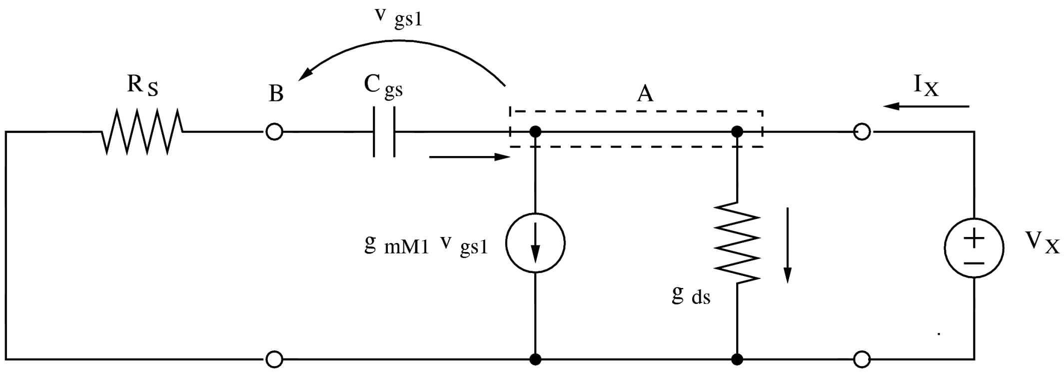
<u>Esercizio 2</u>

<u>Ipotesi iniziale</u>: Si suppongano $M1$ e $M2$ in saturazione.

Al gate di $M2$ è applicata una tensione costante, quindi alle variazioni la v_{gs2} è nulla e l'unico elemento di $M2$ che compare nel circuito equivalente per piccoli segnali è g_{dsM2} come segue:



Per il calcolo dell'impedenza di uscita occorre annullare la tensione di ingresso come mostrato nella figura seguente:



dove

$$g_{ds}=g_{ds1}+g_{ds2} \qquad (1)$$

Applicando Kirchhoff al nodo A:

$$I_X+v_{gs1}sC_{gs}+g_{mM1}v_{gs1}-V_X g_{ds}=0 \qquad (2)$$

Al “nodo” B

$$v_{gs1}sC_{gs}=-\frac{V_X+v_{gs1}}{R_S} \qquad (3)$$

Dalla (3) si ricava

$$v_{gs1}=\frac{-V_X}{1+sR_S C_{gs}} \qquad (4)$$

Sostituendo la (4) nella (2)

$$I_X-[\frac{g_{mM1}+sC_{gs}}{1+sR_S C_{gs}}+g_{ds}]V_X=0 \qquad (5)$$

L'impedenza di uscita è data dal rapporto V_X/I_X , quindi

$$Z_{out}(s)=\frac{V_X}{I_X}=\frac{1}{\frac{g_{mM1}+sC_{gs}}{1+sR_S C_{gs}}+g_{ds}} \qquad (6)$$

Effettuata la sostituzione $s\rightarrow j\omega$, dopo una serie di passaggi algebrici si giunge a calcolare la parte immaginaria dell'impedenza di uscita:

$$\Im\left[Z_{out}(\omega)\right]=\frac{\omega C_{gs}\left(g_{mM1}R_S-1\right)}{\left(g_{ds}+g_{mM1}\right)^2+\omega^2 C_{gs}^2\left[1+g_{ds}R_S\right]^2} \qquad (7)$$

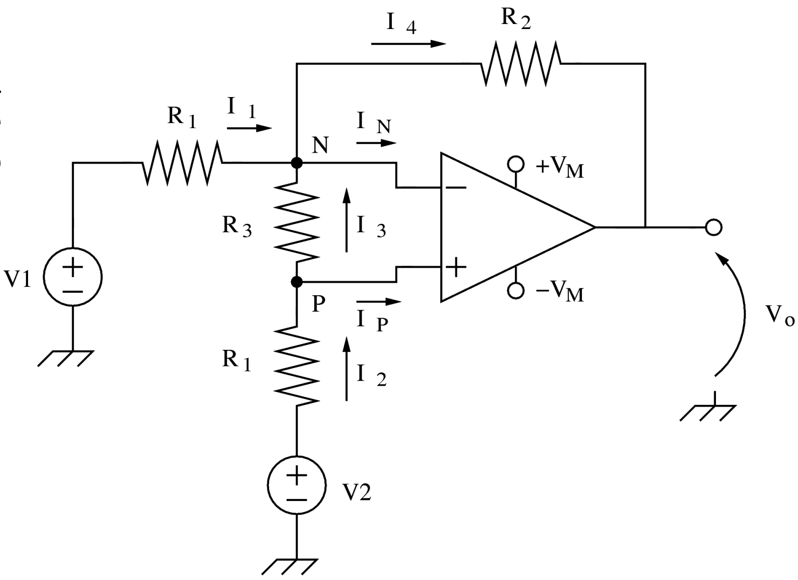
Tenendo conto del fatto che $I_{D1}=I_{D2}$

$$g_{dsM1}=g_{dsM2}=\lambda_P I_{D1}=48\,\mu S \qquad (8)$$

Sostituendo nella (7) si ottiene

$$\Im\left[Z_{out}(\omega)\right]=1.3\,Kohm \qquad (9)$$

Esercizio 3



Ipotesi iniziale: Si supponga l'amplificatore operazionale ideale e operante in regione di alto guadagno; sulla base di ciò si può scrivere

$R_i = \infty$ (1)

$A_d = \infty \rightarrow V_d = V_P - V_N = 0$ (2)

$R_o = 0$ (3)

Si applichi la sovrapposizione degli effetti.

1) $V_2 = 0$

Al nodo P si può scrivere

$$I_2' = I_3' + I_P' \quad (4)$$

Per la (1) $I_P' = 0$; inoltre siccome ai capi della R_3 si ha esattamente v_d , per il cortocircuito virtuale anche

$$I_3' = 0 \quad (5)$$

Ne consegue che

$$I_2' = 0 \quad (6)$$

Sulla base della (5) e della (6) si ha

$$V_P' = 0 \quad (7)$$

$$V_N' = 0 \quad (8)$$

A questo punto, considerate le equazioni (5), (6), (7) e (8), il circuito può essere visto come un amplificatore in configurazione invertente, quindi

$$V_o' = -\frac{R_2}{R_1} V_1 = -5\mathrm{V} \quad (9)$$

2) $V_1 = 0$

Le equazioni (5), (6), (7) e (8) rimangono ovviamente ancora valide, quindi

$$V_N'' = V_P'' = V_2 \quad (10)$$

In questo caso il circuito rappresenta un amplificatore in configurazione non-invertente, quindi

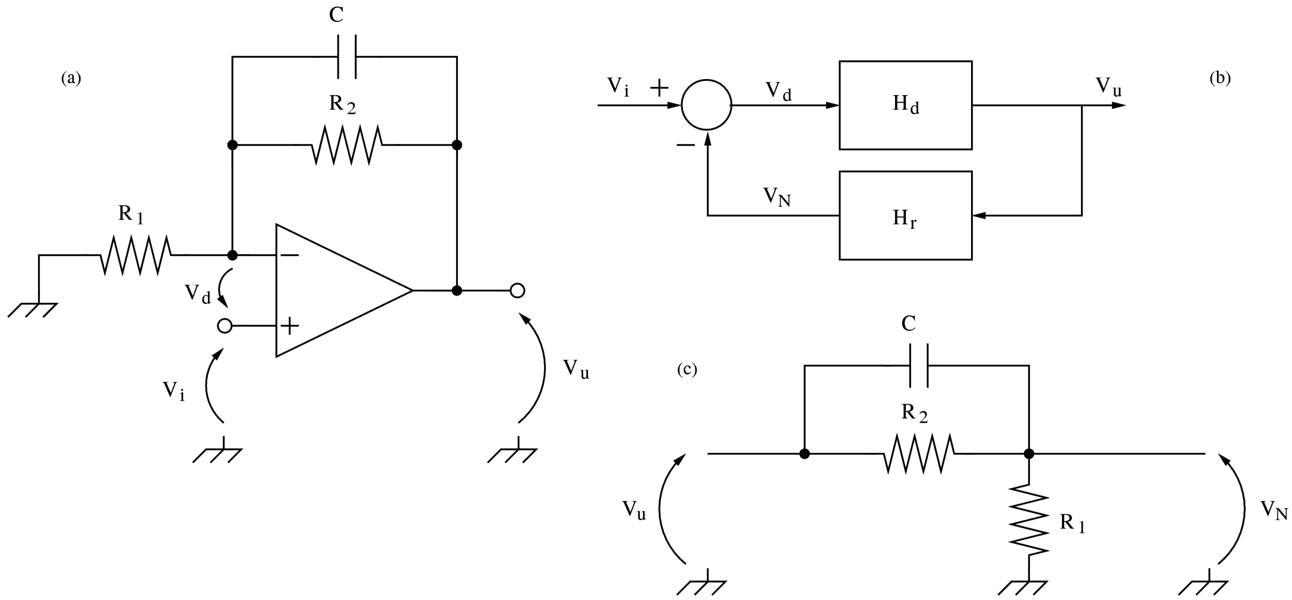
$$V_o'' = (1 + \frac{R_2}{R_1}) V_2 = 14\mathrm{V} \quad (11)$$

Applicando a questo punto la sovrapposizione degli effetti si ottiene

$$V_o = V_o' + V_o'' = 9\mathrm{V} \quad (12)$$

Esercizio 4

Il sistema di figura (a) può essere ricondotto al diagramma a blocchi mostrato in (b).



Per prima cosa occorre determinare la funzione di trasferimento del ramo di retroazione mostrato nel riquadro (c) di figura.

$$Z_2(s)=R_2//\frac{1}{sC}=\frac{R_2}{1+sR_2C} \qquad (1)$$

Applicando la regola del partitore

$$V_N(s)=V_u(s)\frac{R_1}{R_1+\dfrac{R_2}{1+sR_2C}}=V_u(s)\frac{R_1}{R_1+R_2}\frac{1+sR_2C}{1+s\left(\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}\right)C} \qquad (2)$$

Quindi

$$H_r(s)=\frac{V_N(s)}{V_u(s)}=\frac{R_1}{R_1+R_2}\frac{1+sR_2C}{1+s\left(\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}\right)C}=K\frac{1+s\tau_Z}{1+s\tau_r} \qquad (3)$$

Nella quale si è posto

$$\tau_Z=R_2C=300\,\mu s \qquad (4)$$

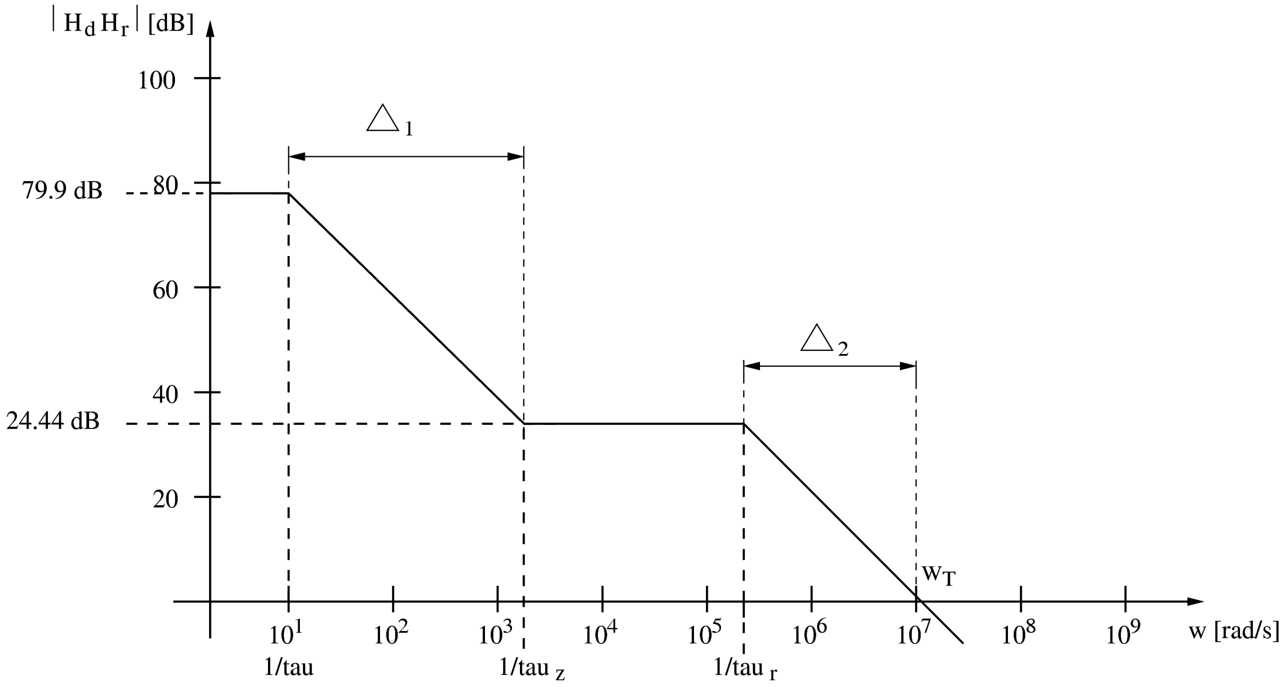
$$\tau_r=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}C=2.97\,\mu s \qquad (5)$$

$$K=\frac{R_1}{R_1+R_2}=9900\rightarrow K_{dB}=79.9\text{dB} \qquad (6)$$

Il guadagno di anello pertanto risulta

$$H_d(s)H_r(s)=KA_0\frac{1+s\tau_Z}{(1+s\tau)(1+s\tau_r)} \qquad (7)$$

Sulla base di ciò si può tracciare il diagramma di Bode del modulo del guadagno di anello come segue



Lo zero in $1/\tau_Z$ e il polo in $1/\tau$ distano, in termini di decadi

$$\Delta_1 = \log_{10}\left(\frac{1/\tau_Z}{1/\tau}\right) = \log_{10}\left(\frac{\tau}{\tau_Z}\right) = 2.523\text{dec} \qquad (8)$$

Partendo da K_{dB} nel passare dal primo polo allo zero il modulo del guadagno di anello, avendo pendenza di $-20\ dB/dec$, arriva a

$$K_{dB}' = K_{dB} - \Delta_1 X\, 20\text{dB}/dec = 29.44\text{dB} \qquad (9)$$

Tra lo zero e il secondo polo il modulo del guadagno di anello rimane costante, mentre tra il secondo polo e la frequenza di attraversamento ω_T , sempre con pendenza $-20\ dB/dec$ deve calare esattamente di K_{dB}' quindi

$$K_{dB}' = -\Delta_2 X\, 20\text{dB}/dec \qquad (10)$$

Dalla quale si ricava Δ_2 ,

$$\Delta_2 = 1.472\text{dec} \qquad (11)$$

In altri termini

$$\Delta_2 = \log_{10}\left(\frac{\omega_T}{1/\tau_r}\right) = \log_{10}(\omega_T \tau_r) \qquad (12)$$

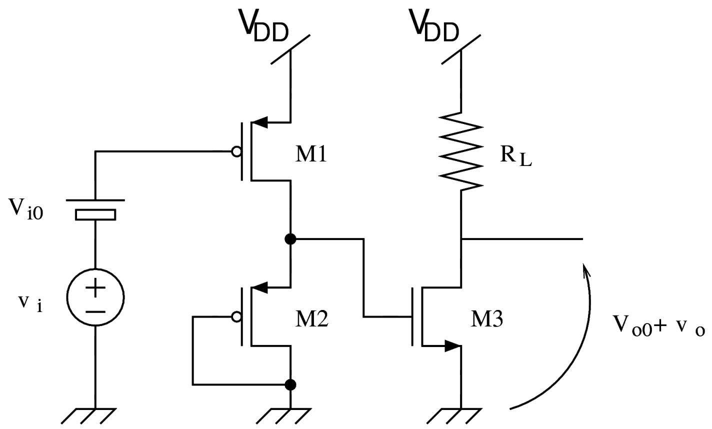
pertanto

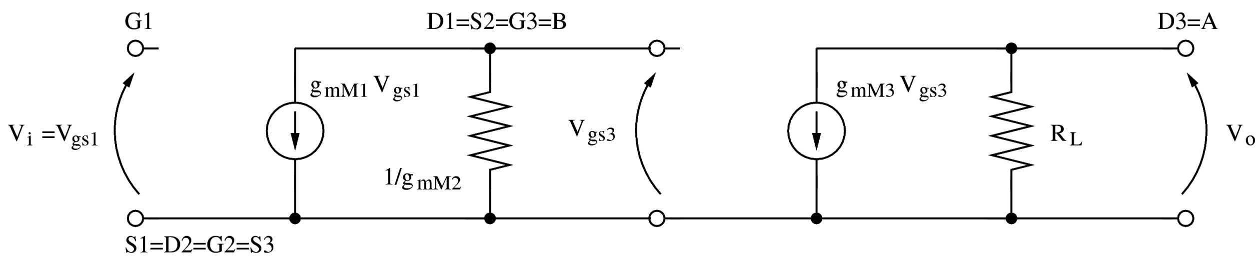
$$\omega_T = \frac{1}{\tau_r} 10^{\Delta_2} = 10^7 rad/s \qquad (13)$$

Esercizio 5

Ipotesi iniziale: Si suppongano tutti I transistori operanti in regione di saturazione.

Il primo è uno stadio a source comune con carico attivo a diodo; nel circuito alle variazioni $M2$ è rappresentato da una resistenza pari a $1/g_{mM2}$. Il circuito equivalente per piccoli segnali risulta il seguente:





Applicando Kirchhoff al nodo A

$$g_{mM3} v_{gs3} = -\frac{v_o}{R_L} \qquad (1)$$

Applicando Kirchhoff al nodo B

$$g_{mM1} v_{gs1} = -\frac{v_{gs3}}{1/g_{mM2}} \qquad (2)$$

Tuttavia

$$v_{gs1} = v_i \qquad (3)$$

Sostituendo la (3) nella (2)

$$v_{gs3} = -\frac{g_{mM1}}{g_{mM2}} v_i \qquad (4)$$

Solstituendo la (4) nella (2) e risolvendo rispetto a v_o si può ricavare il guadagno richiesto

$$A_d = \frac{v_o}{v_i} = \frac{g_{mM3} g_{mM1}}{g_{mM2}} R_L = 4.2 \qquad (5)$$

Esercizio 6

Innanzi tutto occorre definire lo scostamento relativo tra le due resistenze; sia

$$\Delta = R_1 - R_2 \qquad (1)$$

Se R_0 è il valore nominale, le due resistenze R_1 e R_2 possono essere scritte come

$$R_1 = R_0 + \frac{\Delta}{2} \qquad (2)$$

$$R_2 = R_0 - \frac{\Delta}{2} \qquad (3)$$

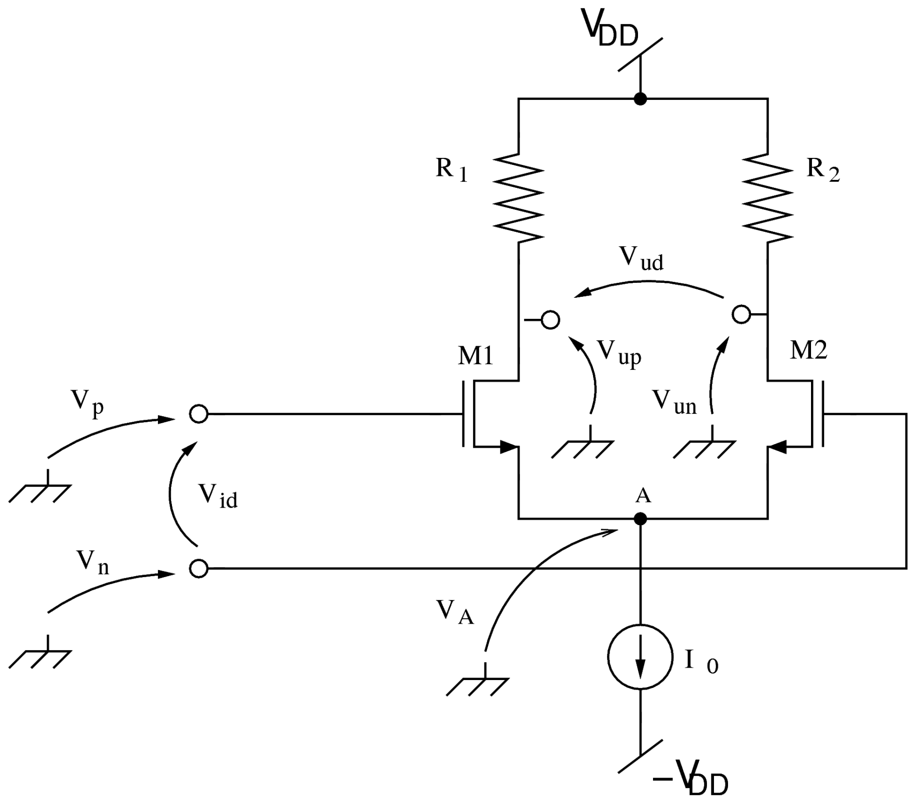
Il rapporto R_1/R_2 risulta

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_0 + \frac{\Delta}{2}}{R_0 - \frac{\Delta}{2}} = \frac{1 + \frac{\Delta}{2R_0}}{1 - \frac{\Delta}{2R_0}} \qquad (4)$$

Nella quale Δ/R_0 è lo scostamento relativo del 5% specificato nel testo, pertanto

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{1+0.025}{1-0.025} = 1.051 \qquad (5)$$

A questo punto si può passare allo studio del circuito.



Ipotesi iniziale: Si suppongano I transistori MOSFET operanti in regione di saturazione.

La tensione di uscita differenziale indicata nello schematico è definita come la differenza dei potenziali ai terminali di uscita come indicati in figura, ovvero

$$V_{ud} = V_{up} - V_{un} \qquad (6)$$

ed in particolare

$$V_{up} = V_{DD} - R_1 I_{D1} \qquad (7)$$

$$V_{un} = V_{DD} - R_2 I_{D2} \qquad (8)$$

Per le ipotesi fatte

$$I_{D1}=\frac{\beta_1}{2}(V_{gs1}-V_{TH1})^2 \qquad (9)$$

$$I_{D2}=\frac{\beta_2}{2}(V_{gs2}-V_{TH2})^2 \qquad (10)$$

Siccome i due transistori sono identici:

$$\beta_1=\beta_2=\beta \qquad (11)$$

$$V_{TH1}=V_{TH2}=V_{TH} \qquad (12)$$

$$I_{D1}=\frac{\beta}{2}(V_{gs1}-V_{TH})^2 \qquad (13)$$

$$I_{D2}=\frac{\beta}{2}(V_{gs2}-V_{TH})^2 \qquad (14)$$

Sostituendo la (13) e la (14) nella (7) e nella (8) e sostituento a loro volta queste ultime due nella (6) si ricava

$$V_{ud}=V_{DD}-R_1\frac{\beta}{2}(V_{gs1}-V_{TH})^2-V_{DD}+R_2\frac{\beta}{2}(V_{gs2}-V_{TH})^2 \qquad (15)$$

Occorre quindi annullare la V_{ud} e ricavare la corrispondente tensione differenziale in ingresso V_{id} :

$$0=V_{DD}-R_1\frac{\beta}{2}(V_{gs1}-V_{TH})^2-V_{DD}+R_2\frac{\beta}{2}(V_{gs2}-V_{TH})^2 \qquad (16)$$

ovvero

$$R_1\frac{\beta}{2}(V_{gs1}-V_{TH})^2=R_2\frac{\beta}{2}(V_{gs2}-V_{TH})^2 \qquad (17)$$

Si osservi che

$$V_{gs1}=V_p-V_A \qquad (18)$$

$$V_{gs2}=V_n-V_A \qquad (19)$$

quindi

$$V_{id}=V_p-V_n=V_{gs1}-V_{gs2} \qquad (20)$$

dalla quale

$$V_{gs2}=V_{gs1}-V_{id} \qquad (21)$$

Sostituendo la (21) nella (17)

$$R_1\frac{\beta}{2}(V_{gs1}-V_{TH})^2=R_2\frac{\beta}{2}(V_{gs1}-V_{id}-V_{TH})^2 \qquad (22)$$

ovvero

$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{(V_{gs1}-V_{id}-V_{TH})^2}{(V_{gs1}-V_{TH})^2} \qquad (23)$$

Sostituendo la (5) e I valori di V_{gs1} e V_{TH} indicati nel testo si ricava

$$V_{id}=37\mathrm{mV} \qquad (24)$$