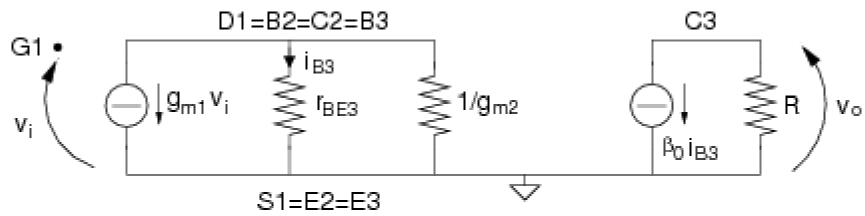
SOLUZIONI COMPITO ELETTRONICA B del 18/09/06

1) Il circuito ai piccoli segnali è rappresentato in figura:



Poiché $r_{BE2} = \beta_F/g_{m2} >> 1/g_{m2}$, è stata trascurata nel parallelo; assumendo inoltre $V_A \rightarrow \infty$, anche r_{DS1} viene trascurata. Scriviamo le equazioni che caratterizzano il circuito:

$$v_o = -R \cdot \beta_F i_{B3}$$

$$r_{BE3} i_{B3} = -\left(\frac{1}{g_{m2}} \| r_{BE3}\right) \cdot g_{m1} v_i$$

Ricavando i_{B3} dalla seconda e sostituendo nella prima, si ottiene:

$$\frac{v_0}{v_i} = \frac{g_{m1}}{g_{m2}} \cdot R\, \beta_F \cdot \frac{1}{r_{BE3} + \frac{1}{g_{m2}}}$$

e si può trascurare $1/g_{m2}$ rispetto a r_{BE3}. Ricordando che $\beta_F = g_m \cdot r_{BE}$, si ricava che:

$$\frac{v_0}{v_i} = g_{m1} R$$

Per ricavare g_{m1}, si deve valutare la corrente di polarizzazione sul M1:

$$I_{D0} = \frac{K}{2}(V_{GS0} - V_T)^2$$

dove $K = \mu_n C_{OX}\left(\frac{W}{L}\right)$ = 2 mA/V^2

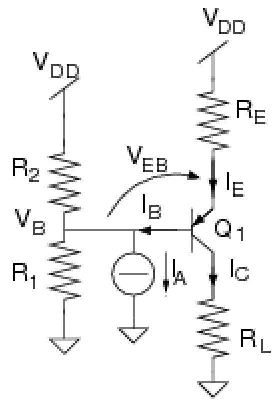
perciò, svolgendo i calcoli si ha I_{D0} = 1 mA.

La conduttanza è: $g_m = \sqrt{2 K I_{D0}}$ = 2 mS

Il guadagno di tensione è:

$$\frac{v_0}{v_i} = 2.8$$

2) Nella figura sono indicate correnti e tensioni:



A riposo la capacità C_E è assimilata ad un circuito aperto. Detto V_B il potenziale della base di Q1 rispetto a massa, a riposo si può scrivere:

$$V_B = V_{DD} - R_E I_{E0} - V_{EB,ON}$$

Inoltre, dal bilancio delle correnti in base, si ha:

$$\frac{V_{DD} - V_{B0}}{R_2} + I_{B0} = \frac{V_{B0}}{R_1} + I_A$$

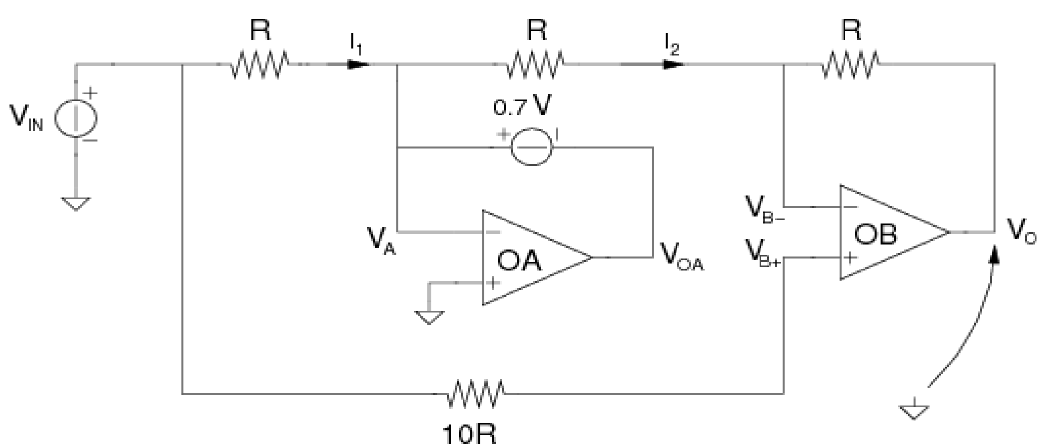
Sostituendo la prima nella seconda (nell'ipotesi che $I_{E0} \approx I_{C0}$), si ottiene:

$$\frac{R_E I_{C0}}{R_2} + \frac{V_\gamma}{R_2} + \frac{I_{C0}}{\beta_F} = \frac{V_{DD} - V_\gamma}{R_1} - \frac{R_E I_{C0}}{R_1} + I_A$$

L'unica incognita rimasta è I_{C0}, svolgendo i calcoli si ottiene:

$I_{C0} \approx 1\text{mA}$

3) Nella figura sottostante si sono indicate le correnti e le tensioni in gioco:



Ipotizzando che entrambi gli opamp lavorino nella regione di alto guadagno: $V_A \approx 0$ e

$V_{B-} \approx V_{B+}$ (corto circuito virtuale).

Sulla resistenza 10R non scorre corrente, pertanto $V_{B+} = V_{B-} = V_B = V_{IN}$.

Possiamo quindi scrivere facilmente le seguenti equazioni:

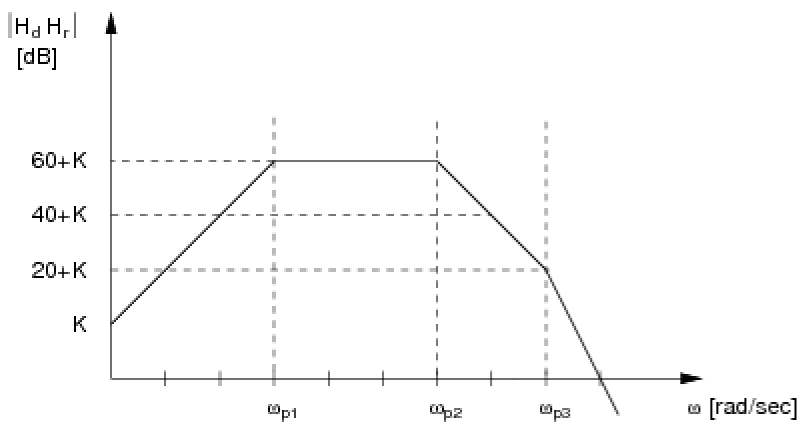
$$V_B = V_{¿} = R I_2 + V_O$$

$$I_2 = \frac{-V_O}{2R}$$

Sostituendo la seconda nella prima si ottiene $V_O = 2 V_{IN}$ = 3 V

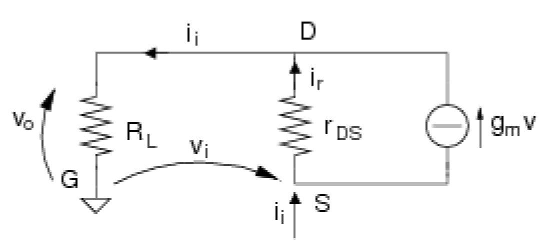
Si deve verificare che $|V_o| < V_M = 10$ V (immediato) e $|V_{oA}| = |V_A - 0.7| < V_M$, quindi l'ipotesi fatta sulla regione di funzionamento degli opamp è corretta.

4) In figura si è rappresentato il diagramma di Bode delle ampiezze (asintotico) per $K \cdot H_d$:



Il diagramma delle fasi parte da +90° (zero nell'origine). Il polo ω_{p1} contribuisce -45° ad ω_{p1} e -90° asintoticamente, pertanto ad ω_{p1} la fase vale +45° e asintoticamente si porta a 0°. In ω_{p2}, la fase è -45° e asintoticamente tende a -90°, mentre in ω_{p3} è -135° (corrispondente a PM = 45°), e asintoticamente tende a -180°. Il margine di fase di 45° si ottiene perciò con (K+ 20) [dB] = 0 dB, ovvero K = -20 dB (che equivale a 10^{-1} in lineare).

5) Il circuito ai piccoli segnali del circuito è:

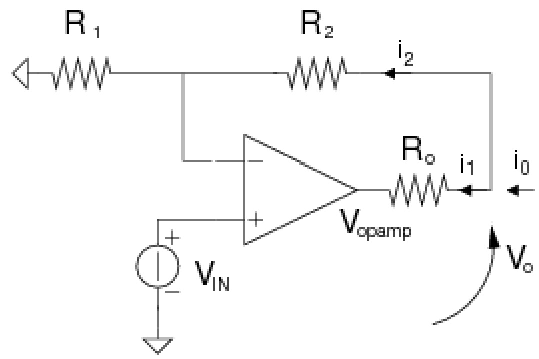


Le equazioni che lo descrivono sono:

$i_i R_L - v_i = -r_{DS} i_r$ e $i_r = i_i - g_m v_i$

Combinando le equazioni si ottiene, $R_i = \frac{v_i}{i_i} = \frac{r_{DS} + R_L}{r_{DS} g_m + 1}$ = 1.82 kΩ

6) In figura è messa in evidenza la resistenza di uscita dell'opamp:



La tensione di uscita dell'opamp (ideale) è:

$v_{opamp} = A_{d0} v_{id}$

mentre la tensione V_o è: $v_o = v_{opamp} + R_o i_1$.

Poiché vale: $v_o = 4 R_1 i_2$ e la corrente di uscita è: $i_o = i_1 + i_2$, si ottiene:

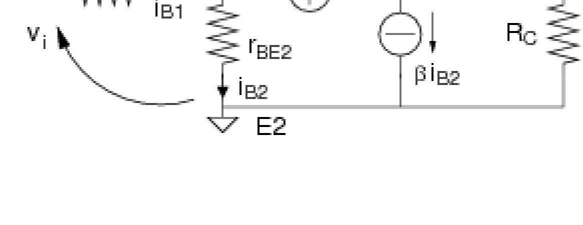
$$i_o = \frac{v_o - A_{d0} v_{id}}{R_o} + \frac{v_o}{4 R_1}$$

La tensione di ingresso differenziale vale $v_{id} = v_{IN} - R_1 i_2 = v_{IN} - \frac{v_o}{4}$

La resistenza di uscita dell'amplificatore è:

$$R_{OUT} = \left[\frac{v_o}{i_o}\right] (@ v_{IN} = 0) = \frac{1}{\frac{1}{R_o} + \frac{A_{d0}}{4 R_o} + \frac{1}{4 R_1}}$$ = 1.39 Ω

7) Il modello a piccoli segnali del circuito è:



Le equazioni che descrivono il circuito sono:

$v_i = r_{BE1} i_{B1} + r_{BE2} i_{B2}$

$i_{B2} = (\beta+1) i_{B1}$ (bilancio correnti al nodo E1)

La resistenza di ingresso è:

$$R_i = \frac{v_i}{i_{B1}} = r_{BE1} + r_{BE2}(\beta+1)$$

Per ottenere i parametri ai piccoli segnali, occorre valutare la condizione a riposo del circuito. Combinando le equazioni:

$V_{CC} = V_{u0} + (I_{C1} + I_{C2}) R_C$

Assumendo $I_{C1} \approx I_{E1} = I_{B2} = \frac{I_{C2}}{\beta}$

si ha: $V_{CC} = R_C(\beta+1) I_{C1} + V_{u0}$ e si ricavano le correnti:

$I_{C1} = 24.75\, uA$ e $I_{C2} = 2.475\, mA$

E' immediato calcolare: $g_{m1} = \frac{I_{C1}}{V_T} = 0.95\, mS$ e $g_{m2} = \frac{I_{C2}}{V_T} = 95\, mS$

$$r_{BE1} = \frac{\beta}{g_{m1}} = 105.26\, k\Omega \quad \text{e} \quad r_{BE2} = \frac{\beta}{g_{m2}} = 1.052\, k\Omega$$

Il valore numerico della resistenza di ingresso è: $R_i \approx 211\, k\Omega$

8) Scriviamo le equazioni che descrivono il circuito:

$$V_{GS} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{DD}$$

$I_D = \frac{\beta}{2}(V_{GS} - V_T)^2$ dove $\beta = \mu_n C_{OX}\left(\frac{w}{L}\right)$ = 1.4 mA/V^2

Sostituendo la prima nella seconda, si ottiene una equazione nell'unica incognita R_2, ovvero:

$\sqrt{2\frac{I_D}{\beta}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{DD} - V_T$ da cui si ricava $R_2 \approx 1.1$ kΩ.