COGNOME: ______________________________ *NOME:* ________________________________

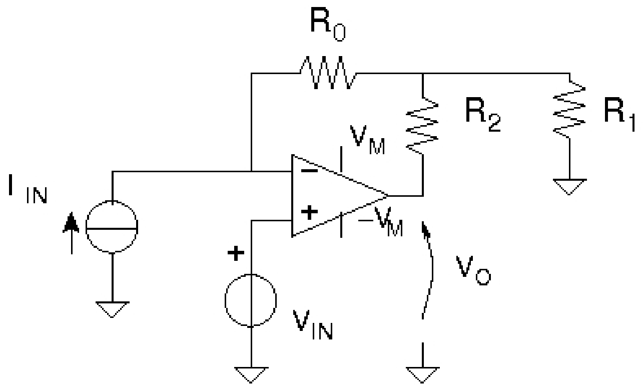
CORSO DI LAUREA: INGEGNERIA ______________________ *MATRICOLA:* ______________

Negli esercizi, ove necessario e salvo indicazioni contrarie, si consideri che i circuiti operino a temperatura ambiente e che gli OP-AMP siano ideali. Assumere per le giunzioni pn in diretta $V\gamma = 0.7$ V.

1) Calcolare il valore della tensione in uscita dall'amplificatore operazionale (V_O).

Dati: $V_M = 7$ V, $R_0 = 5$ kΩ, $R_1 = 25$ kΩ, $R_2 = 250$ kΩ, $V_{IN} = 0.5$ V, $I_{IN} = 3.9$ μA.

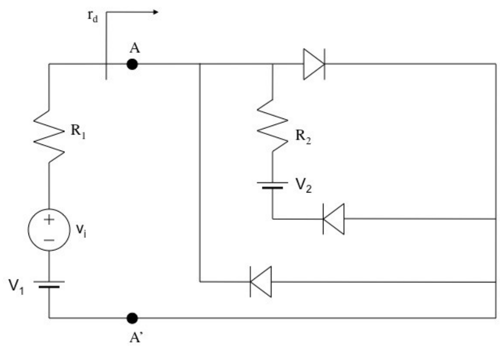
SOL: 4.3 V



2) Calcolare la resistenza differenziale del bipolo AA'.

Dati: $V_1 = 2$ V, $V_2 = 1.7$ V, $R_1 = 150$ Ω, $R_2 = 5$ Ω.

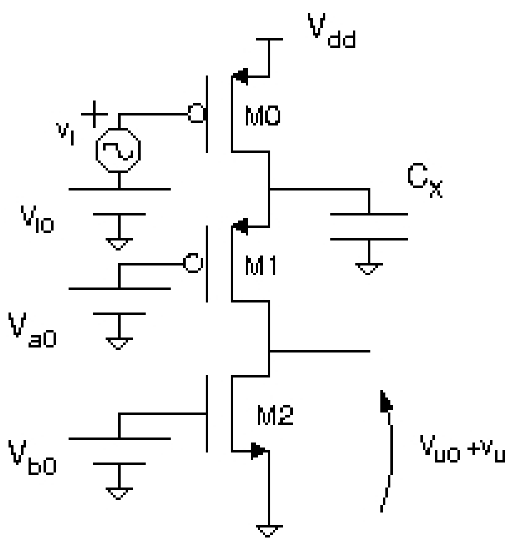
SOL: 0.35 Ω



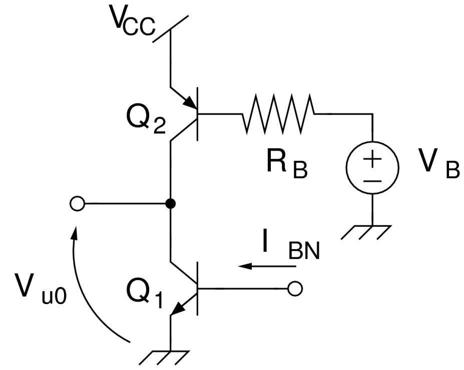
3) Dato l'amplificatore di figura, calcolare la frequenza del polo della funzione di trasferimento $A_v = v_u/v_i$.

Dati: $g_{m0} = 1$ mS, $g_{ds0} = 0$ mS, $g_{m1} = 0.8$ mS, $g_{ds1} = 100$ μS, $g_{ds2} = 50$ μS, $C_X = 5$ pF.

SOL: 9.5 MHz



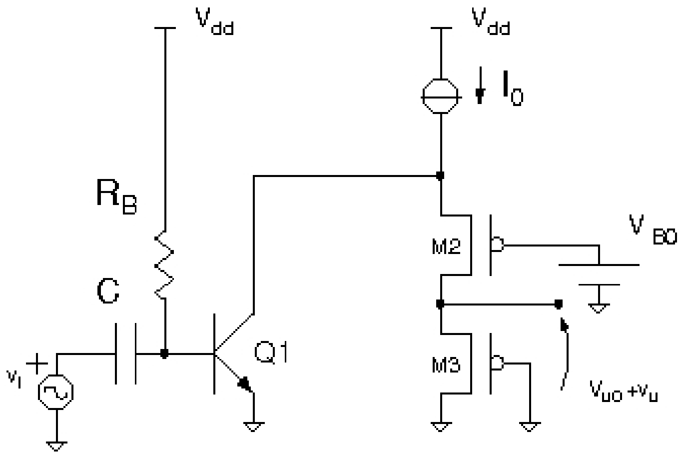
4) Assumendo per le correnti di collettore la relazione $I_{CN} = \beta_{FN} I_{BN} (1+ V_{CE}/V_{AN})$ e $I_{CP} = \beta_{FP} I_{BP} (1+ V_{EC}/V_{AP})$, calcolare la tensione V_{u0}.
Dati: V_{CC} = 12 V, β_{FN} = 90, β_{FP} = 60, V_B = 10.6 V, V_{AN} = 75 V, V_{AP} = 60 V,
I_{BN} = 2.8 μA, R_B = 150 kΩ.



SOL: 10.5 V

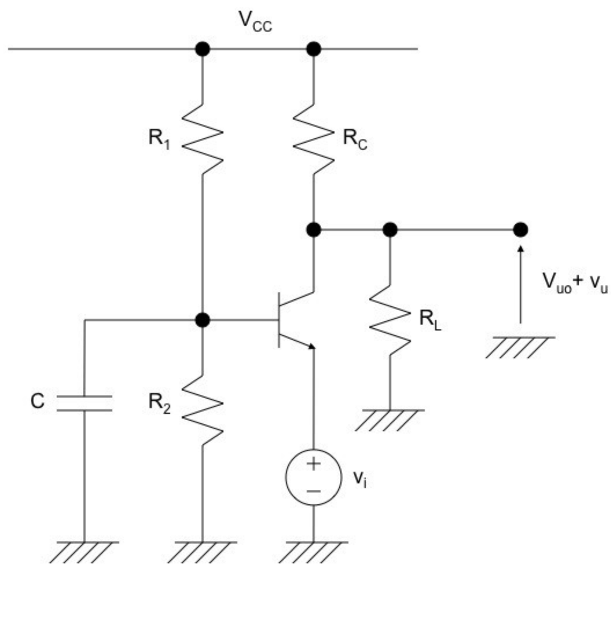
5) Calcolare il guadagno di tensione in centro-banda ($A_v=v_u/v_i$) dell'amplificatore di figura.
Dati: V_{dd} = 3 V, $\beta_2 = k'_p (W/L)_2$=1.5 mA/V^2, β_3 = 3 mA/V^2, V_{TP} = - 0.8 V, β_F = 60, I_0 = 200 μA, V_{B0} = 1.5 V, R_B = 920 kΩ.

SOL: -10.6



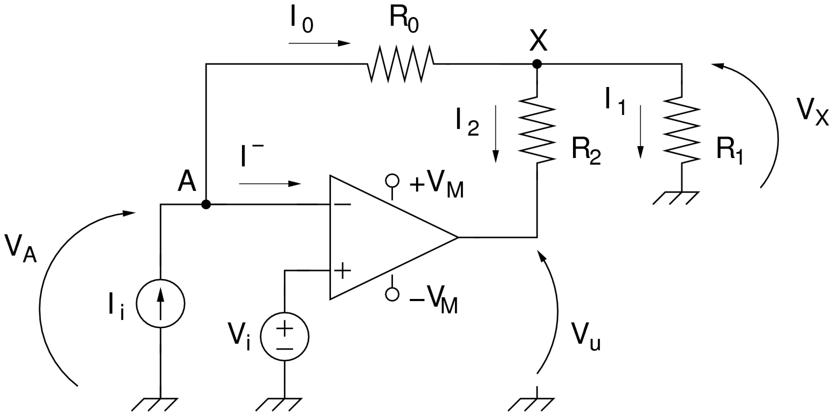
6) Calcolare il modulo del guadagno di tensione (v_u/v_i) alla frequenza di 20 kHz.
Dati: V_{CC} = 3.5 V, β_F = 110, R_1 = 110 kΩ, R_2 = 154 kΩ,
R_C = 500 Ω, R_L = 750 Ω, C = 10 nF.

SOL: 22.5



Fondamenti di Elettronica B/BC – A.A. 2009/2010
Correzione Prova n°2 del 09/02/10

Esercizio 1



Ipotesi Iniziale: si supponga l'amplificatore operazionale ideale:

1. $R_i = \infty \rightarrow I^{\pm} = 0$ (1)
2. $R_{out} = 0$

Inoltre supponendo l'amplificatore operante in regione di alto guadagno

3. $A_d = \dfrac{V_u}{V_d} = \infty \rightarrow V_d = 0$ (1)

Applicando Kirchhoff in A

$$I_i = I^- + I_0 \qquad (4)$$

tuttavia per la (2)

$$I_i = I_0 \qquad (5)$$

Inoltre per il cortocircuito virtuale

$$V_A = V_i \qquad (6)$$

Dall'equazione

$$V_A - R_0 I_0 - V_X = 0$$

si ottiene

$$V_X = V_i - R_0 I_i = 0.48\text{V} \qquad (7)$$

Inoltre

$$I_1 = \frac{V_X}{R_1} = 19.22\,\mu A \qquad (8)$$

Dall'equazione di nodo in X, tenendo conto della (5) e della (8)

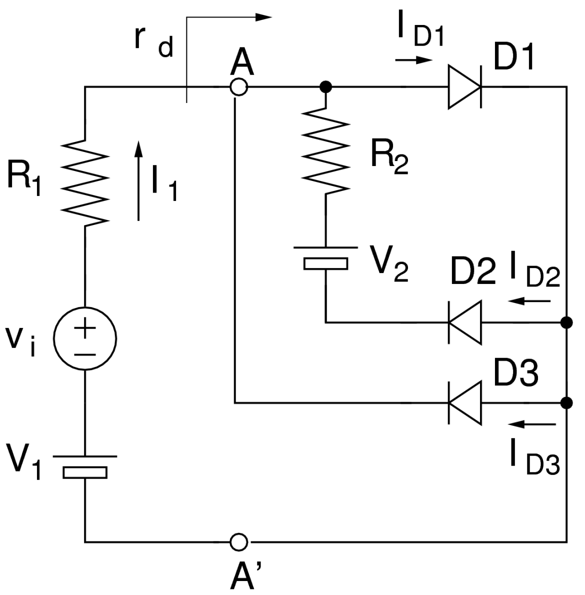
$$I_2 = I_i - I_1 = -15.32\,\mu A \qquad (9)$$

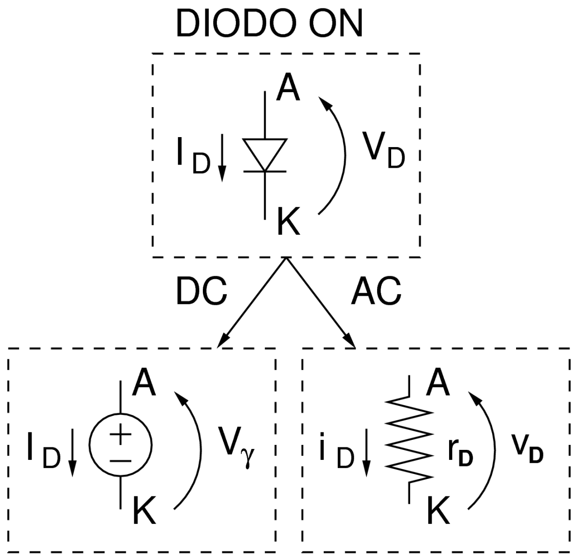
Dall'equazione di maglia

$$V_o = V_X - R_2 I_2 = 4.3\,V \qquad (10)$$

Dal risultato (10), essendo la tensione di uscita compresa tra $\pm V_M$, si deduce la correttezza dell'ipotesi iniziale.

Esercizio 2





Per definizione la resistenza differenziale vista ai capi di un bipolo avente per terminali due nodi, nella fattispecie A e A', è determinata dal rapporto tra tensione di piccolo segnale ai capi del bipolo e la corrente di piccolo segnale entrante nel terminale a potenziale maggiore; se $v_{AA'}$ è la differenza di potenziale ai capi del bipolo e i_1 la corrente entrante in A

$$r_d = \frac{v_{AA'}}{i_1} \qquad (1)$$

La soluzione del problema richiede:

1. Determinazione del punto di riposo (individuando quali diodi sono ON e quali spenti)
2. Linearizzazione del circuito nel punto di riposo individuato
3. Soluzione della (1)

A questo scopo si ricordi che:

- Se il diodo è ON allora $I_D > 0$ (2)
- Se il diodo è OFF allora $I_D = 0$ (3)

Per la determinazione del punto di riposo occorre procedere per ipotesi; in altri termini si ipotizza lo stato di ciascun diodo, si sostituisce ai diodi supposti accesi un generatore di tensione costante pari a V_γ e si calcolano le correnti su ciascun ramo. Qualora la corrente su di un diodo ipotizzato acceso risultasse negativa (rispetto al verso di figura), l'ipotesi fatta risulterebbe invalidata e occorrerebbe procedere al calcolo sotto un'ipotesi differente.

In relazione alla rete di figura si può osservare che

$$V_{D1} = -V_{D3} \qquad (4)$$

Da ciò si evince che i diodi D1 e D3 non possono essere accesi contemporaneamente.

Inoltre, siccome $V_1 > V_\gamma$ è lecito supporre D1 ON e quindi D3 OFF.

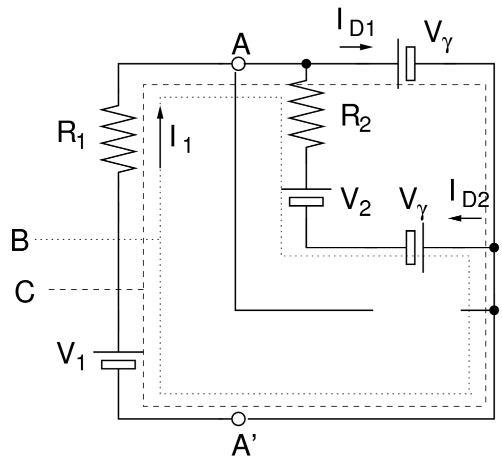
Sulla base di ciò, essendo $V_{AA}' = V_\gamma$, già con $I_{D2} = 0$ risulta

$$V_{D2} = 1\mathrm{V} > V_\gamma \qquad (5)$$

e quindi è lecito supporre D2 ON.

IPOTESI 1: D1 e D2 ON, D3 OFF

Il circuito può essere schematizzato come a lato.



Scrivendo le equazioni di maglia e di nodo

MAGLIA B: $V_1-R_1 I_1+R_2 I_2-V_2+V_\gamma=0$ (6)

MAGLIA C: $V_1-R_1 I_1-V_\gamma=0$ (7)

NODO A: $I_1+I_{D2}=I_{D1}$ (8)

Dalle quali si ottiene

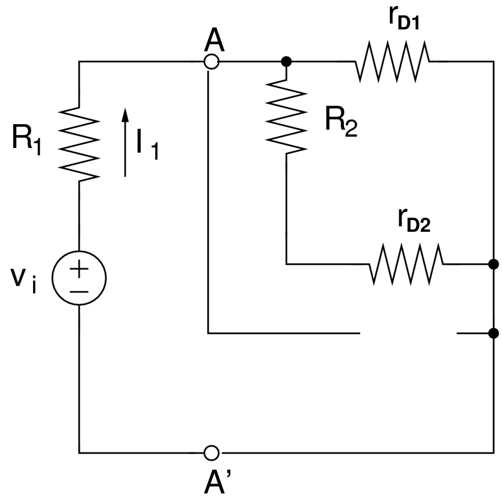
$$I_1=8.7\,mA \qquad (9)$$
$$I_{D2}=61\,mA \qquad (10)$$
$$I_{D1}=69.7\,mA \qquad (11)$$

Si osservi che

$$V_{D3}=-V_{AA}'=-V_1+R_1 I_1=-0.695\,V \qquad (12)$$

che, essendo negativa, è in accordo con l'ipotesi che vede D3 spento.

Individuato il punto di riposo occorre linearizzare il circuito associando a ciarcun diodo acceso una resistenza di piccolo segnale come illustrato a lato:



$$r_{D1}=\frac{V_T}{I_{D1}}=\frac{KT}{qI_{D1}}=0.37\,\Omega \qquad (13)$$
$$r_{D2}=\frac{V_T}{I_{D2}}=\frac{KT}{qI_{D2}}=0.42\,\Omega \qquad (14)$$

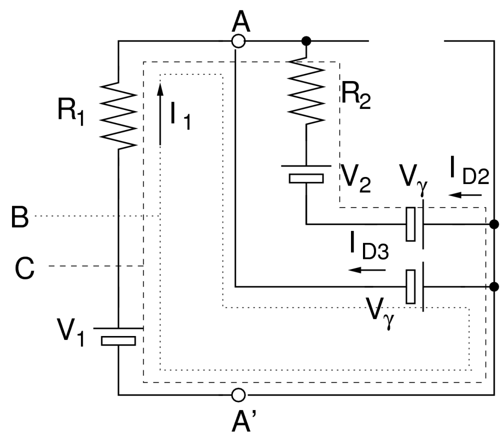
La resistenza differenziale vista tra i nodi A e A' può essere facilmente ricavata calcolando la serie tra $R2$ e r_{D2} e mettendo il risultato in parallelo con r_{D1} :

$$r_d=(R_2+r_{D2})//r_{D1}=0.35\,\Omega \qquad (15)$$

A titolo di esempio può essere utile vedere come sarebbe stata l'analisi del circuito partendo da una diversa ipotesi (successivamente rivelatasi errata).

IPOTESI 2: D1 OFF, D2 e D3 ON

Il circuito può essere schematizzato come a lato.



Scrivendo le equazioni di maglia e di nodo

MAGLIA B: $V_1-R_1 I_1+V_\gamma=0$ (16)

MAGLIA C: $V_1-R_1 I_1-V_2+R_2 I_{D2}+V_\gamma=0$ (17)

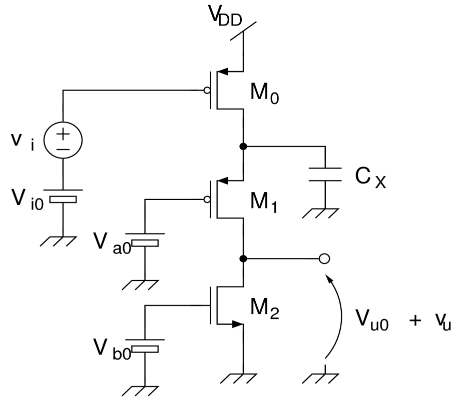
NODO A: $I_1+I_{D2}+I_{D3}=0$ (18)

Dalle quali si ottiene

$$I_1=8.7\,mA \qquad (19)$$
$$I_{D2}=341\,mA \qquad (20)$$
$$I_{D3}=-349.7\,mA \qquad (21)$$

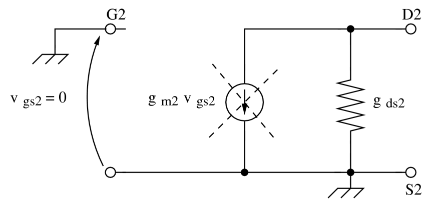
Siccome la (10) è in contrasto con l'ipotesi che vede D3 acceso, la configurazione scelta non è realistica e quindi deve essere scartata.

Esercizio 3

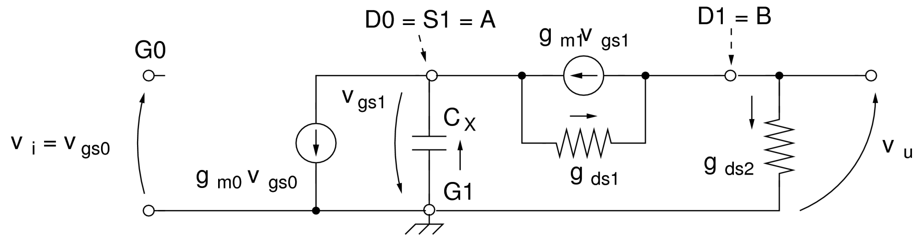


Per determinare la frequenza del polo associato alla rete proposta occorre determinare la funzione di trasferimento analizzando il circuito equivalente per piccoli segnali.

Si osservi che il transistore M2 ha i terminali di gate e di source a potenziale costante; per questo motivo il suo equivalente linearizzato, essendo $v_{gs2}=0$, si riduce alla sola g_{ds2}.



Il circuito equivalente complessivo è il seguente:



Scrivendo l'equazione di Kirchhoff al nodo A:

$$g_{m0}v_{gs0}+g_{ds1}(-v_{gs1}-v_u)=sC_X v_{gs1}+g_{m1}v_{gs1} \qquad (1)$$

mentre per il nodo B:

$$g_{ds1}(-v_{gs1}-v_u)=g_{ds2}v_u+g_{m1}v_{gs1} \qquad (2)$$

Inoltre

$$v_{gs0}=v_i \qquad (3)$$

Risolvendo il sistema composto dalle tre equazioni (1), (2) e (3) nelle tre incognite v_{gs0}, v_{gs1} e v_u, si ottiene:

$$g_{m0}v_i=-v_u\left[g_{ds2}+sC_X\frac{g_{ds1}+g_{ds2}}{g_{m1}+g_{ds1}}\right] \qquad (4)$$

dalla quale

$$A_v(s)=\frac{v_u}{v_i}=\frac{-\frac{g_{m0}}{g_{ds2}}}{1+s\frac{C_X(g_{ds1}+g_{ds2})}{g_{ds2}(g_{m1}+g_{ds1})}} \qquad (5)$$

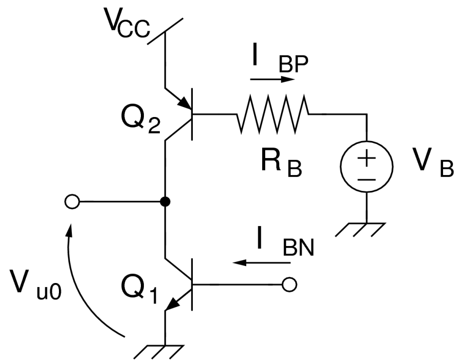
Riportando la (5) in funzione della pulsazione sostituendo $s=j\omega$ si ricava

$$A_v(j\omega)=\frac{K}{1+j\frac{\omega}{\omega_p}} \qquad (6)$$

nella quale ω_p rappresenta la pulsazione del polo. Unendo la (5) e la (6) si ricava

$$\omega_p=\frac{g_{ds2}(g_{m1}+g_{ds1})}{C_X(g_{ds1}+g_{ds2})}=60\,Mrad/s\rightarrow f_p=2\pi\omega_p=9.5\,MHz \qquad (7)$$

Esercizio 4



Ipotesi Iniziale: si suppongano entrambe i transistori bipolari operanti in Zona Attiva Diretta. Sulla base di ciò

$$V_{be1}=V_{eb2}=V_{\gamma} \qquad (1)$$

Inoltre si considerino per le correnti di collettore le seguenti relazioni:

$$I_{CN}=\beta_{FN} I_{BN}\left(1+\frac{V_{CE}}{V_{AN}}\right) \qquad (2)$$

$$I_{CP}=\beta_{FP} I_{BP}\left(1+\frac{V_{EC}}{V_{AP}}\right) \qquad (3)$$

Analizzando la maglia che partendo da V_{CC} si chiude a massa passando attraverso la giunzione emettitore-base di Q2, sulla resistenza R_B e sul generatore V_B si ha

$$V_{CC}-V_{\gamma}-R_B I_{BP}-V_B=0 \qquad (4)$$

dalla quale

$$I_{BP}=\frac{V_{CC}-V_{\gamma}-V_B}{R_B}=4.67\,\mu A \qquad (5)$$

Inoltre

$$V_{EC}=V_{CC}-V_{u0} \qquad (6)$$

$$V_{CE}=V_{u0} \qquad (7)$$

Uguagliando le correnti di collettore impiegando la (5), la (6) e la (7) si ottiene

$$\beta_{FN} I_{BN}\left(1+\frac{V_{CE}}{V_{AN}}\right)=\beta_{FP} I_{BP}\left(1+\frac{V_{EC}}{V_{AP}}\right)\rightarrow V_{u0}=-\frac{\beta_{FN} I_{BN}-\beta_{FP} I_{BP}\left(1+\frac{V_{CC}}{V_{AP}}\right)}{\beta_{FN} I_{BN}\frac{1}{V_{AN}}+\beta_{FP} I_{BP}\frac{1}{V_{AP}}}=10.5\mathrm{V} \qquad (8)$$

Esercizio 5

Per prima cosa occorre studiare il punto di riposo per determinare i parametri del circuito equivalente per piccoli segnali.

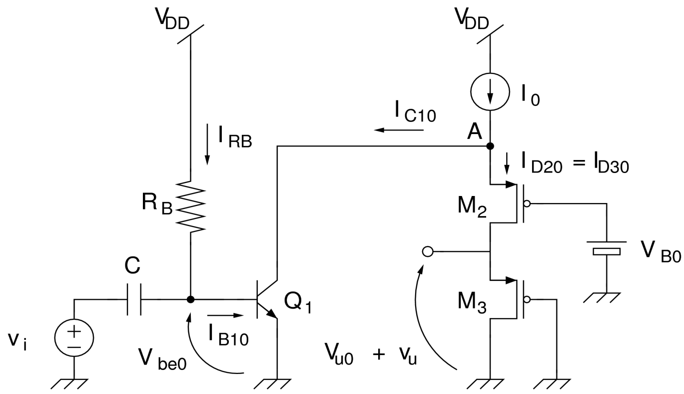
Ipotesi Iniziale:

1. Si supponga il BJT operante in Zona Attiva Diretta:

$$V_{be0}=V_{\gamma} \qquad (1)$$

2. Si suppongano i MOSFET operanti in regione di Saturazione:

$$I_{D0}=\frac{\beta}{2}\left(V_{sg}-\left|V_{thp}\right|\right)^2 \qquad (2)$$



Applicando Kirchhoff al nodo A

$$I_0=I_{C10}+I_{D20} \qquad (3)$$

Nella quale

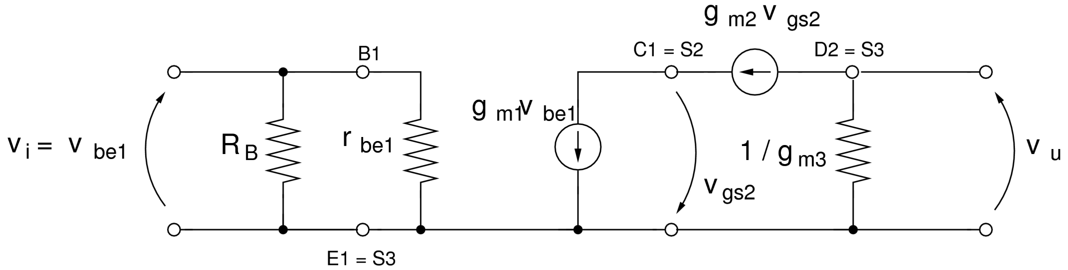
$$I_{C10}=\beta_F I_{B10} \qquad (4)$$

$$I_{B10}=\frac{V_{DD}-V_{\gamma}}{R_B} \qquad (5)$$

Sostituendo nella (3)

$$I_{D20}=I_0-I_{C10}=I_0-\beta_F\frac{V_{DD}-V_{\gamma}}{R_B}=50\,\mu A \qquad (6)$$

Essendo noto il punto di riposo è possibile individuare i parametri del circuito equivalente per piccoli segnali seguente:



nel quale

$$r_{be1}=\frac{V_T}{I_{B10}}=\frac{KT}{qI_{B10}}=10.3\,k\,\Omega \qquad (7)$$

$$g_{m1}=\frac{\beta_F}{r_{be1}}=5.83\,mS \qquad (8)$$

$$g_{m2}=\sqrt{2\beta_2 I_{D20}}=387.3\,\mu S \qquad (10)$$

$$g_{m3}=\sqrt{2\beta_3 I_{D30}}=547.7\,\mu S \qquad (11)$$

Applicando Kirchhoff al nodo C1

$$g_{m1}v_{be1}=g_{m2}v_{gs2} \qquad (12)$$

mentre al nodo D2

$$g_{m3}v_u+g_{m2}v_{gs2}=0 \qquad (13)$$

Inoltre

$$v_{be1}=v_i \qquad (14)$$

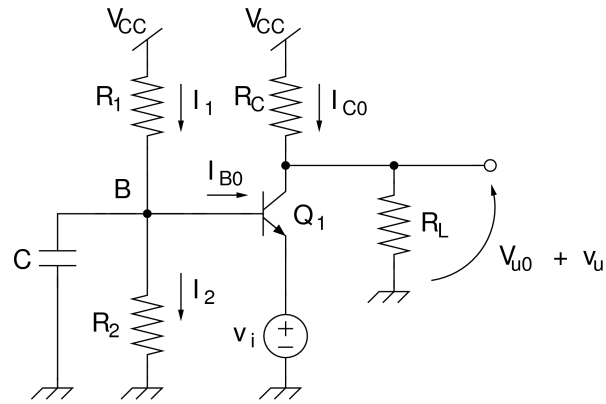
Unendo la (12), la (13) e la (14) risolvendo in modo da evidenziare v_u in funzione di v_i :

$$v_u=-\frac{g_{m1}}{g_{m3}}v_i\rightarrow A_v=\frac{v_u}{v_i}=-\frac{g_{m1}}{g_{m3}}=-10.6 \qquad (15)$$

Esercizio 6

Ipotesi Iniziale: Si supponga il BJT operante in Zona Attiva Diretta:

$$V_{be0}=V_\gamma \quad (1)$$



Per prima cosa occorre studiare il punto di riposo del circuito osservando che:

1. C è un circuito aperto.
2. Il generatore v_i, che rappresenta l'ingresso del circuito, contiene solo la componente di segnale; pertanto in regime stazionario l'emettitore di Q1 si trova a massa.

Applicando Kirchhoff al nodo B

$$I_1=I_{B0}+I_2 \qquad (2)$$

tuttavia

$$V_B=V_\gamma \qquad (3)$$

quindi

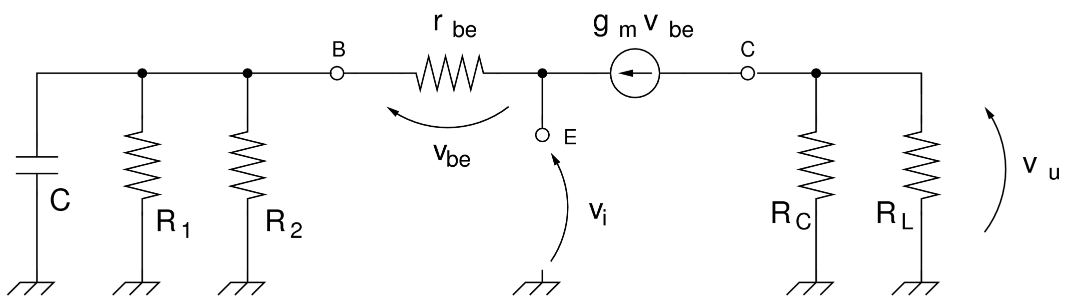
$$I_1=\frac{V_{CC}-V_\gamma}{R_1}=25.45\mu A \qquad (4)$$

$$I_2=\frac{V_\gamma}{R_2}=4.55\mu A \qquad (5)$$

$$I_{B0}=I_1-I_2=20.9\mu A \qquad (6)$$

$$I_{C0}=\beta_F I_{B0}=2.3mA \qquad (7)$$

Noto il punto di riposo è possibile individuare l'equivalente circuitale per piccoli segnali riportato di seguito:



nel quale

$$r_{be}=\frac{V_T}{I_{B0}}=\frac{KT}{qI_{B0}}=1.236k\Omega \qquad (8)$$

$$g_m=\frac{\beta_F}{r_{be}}=89mS \qquad (9)$$

Applicando Kirchhoff al nodo B del circuito alle variazioni

$$g_{be}v_{be}+(v_i+v_{be})(G_1+G_2+sC)=0 \qquad (10)$$

nella quale g_{be}, G_1 e G_2 sono le conduttanze associate rispettivamente a r_{be}, R_1 e R_2.

Applicando Kirchhoff al nodo C

$$v_u(G_C+G_L)+g_m v_{be}=0 \qquad (11)$$

nella quale G_C e G_L sono le conduttanze associate rispettivamente a R_C e R_L.

Risolvendo il sistema composto dalle equazioni (10) e (11) in modo da ricavare il guadagno (nel dominio di Laplace) si ottiene

$$A_v(s)=\frac{v_u}{v_i}=\frac{g_m}{G_C+G_L}\frac{G_1+G_2+sC}{g_{be}+G_1+G_2+sC}=\frac{g_m(G_1+G_2)}{(G_C+G_L)(g_{be}+G_1+G_2)}\frac{1+s\dfrac{C}{G_1+G_2}}{1+s\dfrac{C}{g_{be}+G_1+G_2}} \qquad (12)$$

Ponendo $s=j\omega$ la (12) può essere ricondotta alla forma canonica

$$A_v(j\omega)=K\frac{1+j\dfrac{\omega}{\omega_z}}{1+j\dfrac{\omega}{\omega_p}} \qquad (13)$$

nella quale

$$K=\frac{g_m(G_1+G_2)}{(G_C+G_L)(g_{be}+G_1+G_2)}=0.5 \qquad (14)$$

$$\omega_z=\frac{G_1+G_2}{C}=1.558\,krad/s \qquad (15)$$

$$\omega_p=\frac{g_{be}+G_1+G_2}{C}=82.464\,krad/s \qquad (16)$$

Calcolando il modulo della (13) alla frequenza di 20kHz tenendo conto dei risultati (14), (15) e (16) si ottiene

$$\left|A_v(j\omega)\right|_{@2\pi 20\text{kHz}}=22 \qquad (17)$$

<u>Metodo Approssimato</u>: l'impedenza associata al parallelo di C, R_1 e R_2 può essere schematizzato con l'impedenza Z_X seguente:

$$Z_X=\left(\frac{1}{j\omega C}\right)//R_1//R_2=\frac{1}{j\omega C+\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}} \qquad (18)$$

alla pulsazione di interesse (20kHz)

$$\left|\frac{1}{j\omega C}\right|_{@2\pi 20\text{kHz}}=796\,\Omega\ll R_1, R_2 \qquad (19)$$

quindi

$$Z_X\approx\frac{1}{j\omega C} \qquad (20)$$

Con procedimento del tutto analogo a quello mostrato in precedenza si ricava

$$A_v(j\omega)=\frac{v_u}{v_i}=\frac{g_m R_Y}{1+\dfrac{1}{j\omega r_{be}C}} \qquad (21)$$

nella quale

$$R_Y=R_C//R_L=\frac{1}{\dfrac{1}{R_C}+\dfrac{1}{R_L}} \qquad (22)$$

In questo modo

$$\left|A_v(j\omega)\right|_{@2\pi 20\text{kHz}}\approx\sqrt{\frac{g_m^2R_Y^2}{1+\dfrac{1}{\omega^2 r_{be}^2C^2}}}=22.5$$