

# Fondamenti di Elettronica B/BC – A.A. 2010/2011

## Soluzioni Prova n°1 del 26/01/11

### Esercizio 1.

Calcolare il valore della corrente di polarizzazione del diodo ( $I_{D0}$ ).

**Dati:**  $V_{CC} = 3.3 \text{ V}$ ,  $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 35 \text{ k}\Omega$ ,  $R_L = 3.51 \text{ k}\Omega$ ,  $\beta_F = 100$ .

#### Soluzione:

Bilancio delle correnti al nodo C1:

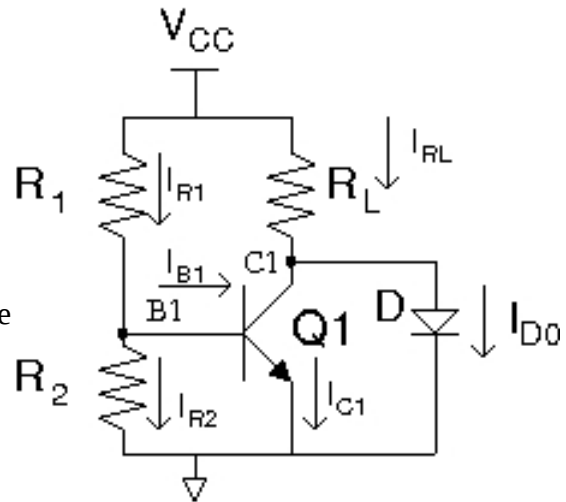
$$I_{D0} - I_{RL} + I_{C1} = 0 \quad (1.1)$$

La corrente di collettore di Q1 è facilmente ricavabile dal bilancio delle correnti al nodo B1:

$$I_{B1} + I_{R2} - I_{R1} = 0 \quad (1.2)$$

$$I_{B1} = \frac{V_{CC} - V_\gamma}{R_1} - \frac{V_\gamma}{R_2} \quad (1.3)$$

$$I_{C1} = \beta I_{B1} \quad (1.4)$$



La corrente  $I_{RL}$  è facilmente ricavabile osservando che la tensione al nodo C1 (a riposo) è fissata del diodo ed è pari a  $V_\gamma$ .

$$I_{RL} = \frac{V_{CC} - V_\gamma}{R_L} \quad (1.5)$$

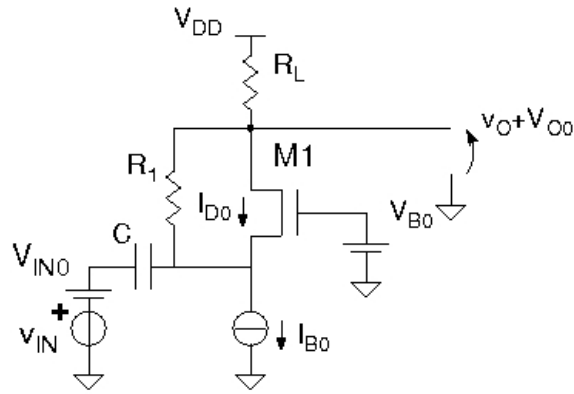
Inserendo le (1.4) e la (1.5) nella (1.1) si ottiene l'espressione per la corrente  $I_{D0}$ :

$$I_{D0} = \frac{V_{CC} - V_\gamma}{R_L} - \beta I_{B1} = 140 \mu\text{A}$$

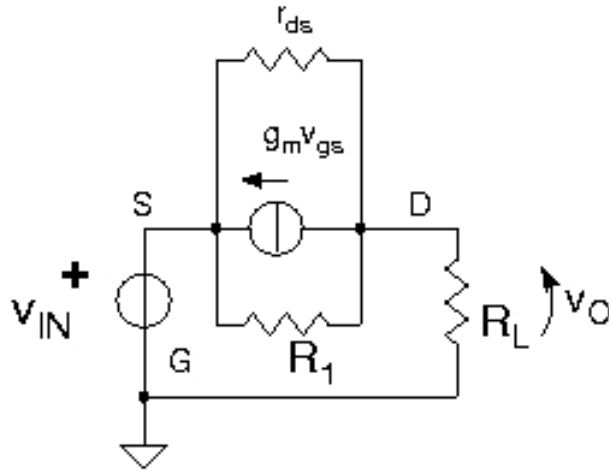
### Esercizio 2

Dato l'amplificatore di figura, si calcoli il valore del guadagno di tensione  $A_v \equiv \frac{V_o}{V_{in}}$  in centro-banda. Si consideri M1 in saturazione.

**Dati:**  $C = 1 \mu\text{F}$ ,  $R_1 = 1.4 \text{ k}\Omega$ ,  $R_L = 400 \Omega$ ,  $I_{D0} = 2 \text{ mA}$ ,  $k'_n \frac{W}{L} = 15 \text{ mA/V}^2$ ,  $\lambda = 0.1 \text{ V}^{-1}$ .



Il circuito alle variazioni dell'amplificatore è riportato in figura:



Bilancio delle correnti al nodo D

$$(2.1) \frac{v_O}{R_L} + \frac{v_O - v_{IN}}{R'_1} - g_m v_{IN} = 0$$

dove

$$R'_1 = \frac{1}{1/R_1 + 1/r_{ds}} \quad (2.2)$$

$$g_m = \sqrt{2k'_n \frac{W}{L} I_{D0}} = 7.75 \text{ ms} \quad (2.3)$$

$$r_{ds} = \frac{1}{\lambda I_{D0}} = 5 \text{ k}\Omega$$

$$A_v \equiv \frac{v_O}{v_{IN}} \quad (2.4)$$

Dalla (2.1):

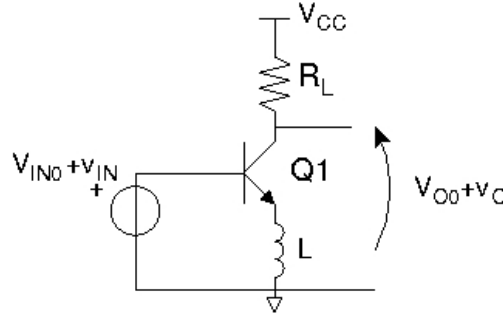
$$A_v = \frac{1 + g_m R'_1}{1 + R'_1/R_L} = 2.54 \quad (2.5)$$

### Esercizio 3

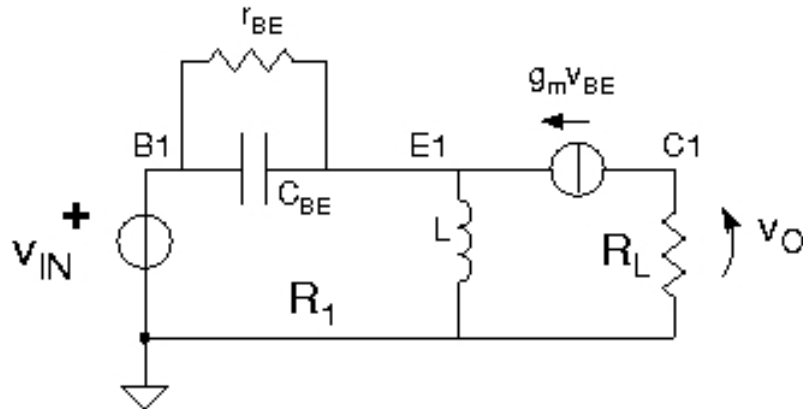
Dato l'amplificatore di figura, calcolare il modulo del guadagno di tensione alle variazioni

$A_v \equiv \frac{v_O}{v_{IN}}$  alla frequenza di 1.5 GHz.

**Dati:**  $g_m = 5 \text{ mS}$ ,  $\beta_F = 120$ ,  $R_L = 500 \Omega$ ,  $L = 10 \text{ nH}$ ,  $C_{BE} = 0.8 \text{ pF}$ ,  $f = 1.5 \text{ GHz}$



Il circuito alle variazioni dell'amplificatore è riportato in figura:



Bilancio delle correnti ai nodi E1 e C1:

$$\frac{v_{E1}}{sL} + (v_{E1} - v_{IN})(sC_{BE} + g_{BE}) - g_m(v_{IN} - v_{E1}) = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{v_O}{R_L} + g_m(v_{IN} - v_{E1}) = 0 \quad (3.2)$$

Dove:

$$g_{BE} = 1/r_{BE} = \frac{g_m}{\beta} \quad (3.3)$$

$$v_{BE} = v_{IN} - v_{E1}$$

Risolvendo il sistema lineare formato dalle (3.1) e (3.2) con incognite  $v_O$  e  $v_{E1}$ , si ottiene:

$$A_v \equiv \frac{v_O}{v_{IN}} = -\frac{g_m R_L}{1 + sL(g_m + g_{BE}) + s^2 C_{BE} L} \quad (3.4)$$

Passando al regime fasoriale ( $s = j\omega$ , con  $\omega = 2\pi f$ ) e calcolando il modulo della  $A_v$ :

$$|A_v(\omega)| = \frac{g_m R_L}{\sqrt{(1 - \omega^2 C_{BE} L)^2 + [\omega L (g_m + g_{BE})]^2}} \quad (3.5)$$

Si osserva che, dato l'elevato valore di  $\beta$ ,  $g_{BE}$  è trascurabile nella (3.5).

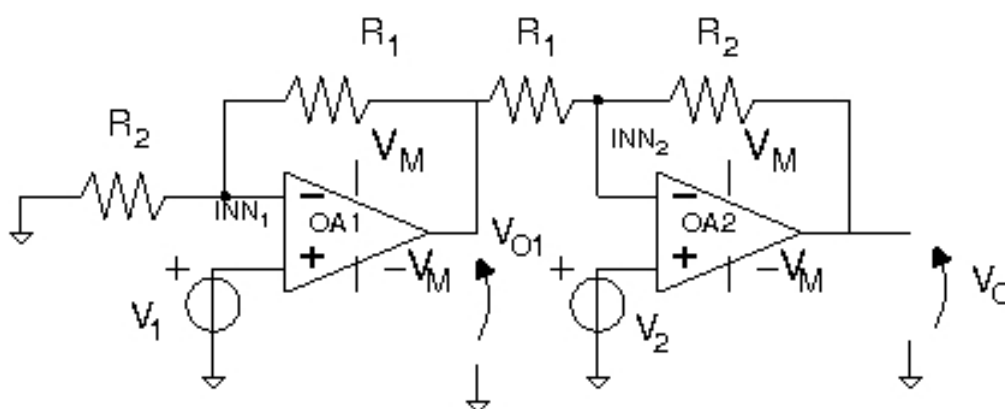
Calcolando la (3.5) per  $f=1.5\text{GHz}$ :

$$|A_v(\omega = 2\pi 1.5e9)| = 4.5 \quad (3.6)$$

#### Esercizio 4

Dato il circuito di figura, calcolare il valore di picco della tensione di uscita  $V_O$ .

**Dati:**  $V_1 = 0.3 \sin(2\pi f)$ ,  $V_2 = 0.2 \sin(2\pi f)$ ,  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $V_M = 10 \text{ V}$ .



Considerazione Preliminare: si suppongano gli amplificatori operazionali ideali; sulla base di ciò SE ciascun amplificatore operazionale lavora nella regione di alto guadagno si può considerare:

$$A_d = \frac{V_u}{V_d} = \infty \quad \text{IF } V_u \in (-V_M, +V_M) \rightarrow V_d = 0 \quad (4.1)$$

Inoltre:

$$R_i = \infty \quad (\text{resistenza di ingresso alle variazioni}) \quad (4.2)$$

$$R_o = 0 \quad (\text{resistenza di uscita alle variazioni}) \quad (4.3)$$

$$I_{INN0} = I_{INP0} = 0 \quad (\text{correnti di ingresso a riposo}) \quad (4.4)$$

Nelle quali  $V_u$  e  $V_d$  rappresentano rispettivamente la tensione di uscita e la tensione differenziale in ingresso al singolo amplificatore operazionale.

Ipotesi: si assumano i due amplificatori operazionali operanti nella regione di alto guadagno. Dalla (4.1) (ipotesi di corto-circuito virtuale, c.c.v. in ingresso) si ottiene

$$V_{INN1} = V_1 \quad (4.5)$$

$$V_{INN2} = V_2 \quad (4.6)$$

Imponendo il bilancio delle correnti al nodo  $INN_1$ , richiamando la (4.5) e considerando le (4.2) e (4.4), si ottiene la tensione di uscita  $V_{O1}$ :

$$V_{O1} = V_1 \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right) \quad (4.7)$$

Si osserva che  $|V_{O1}| < V_M$  per  $V_1 = \pm 0.3$  V (massimo/minimo valore in ingresso), pertanto l'ipotesi di c.c.v. per il primo operazionale, (4.5), è valida.

*Nota: l'espressione (4.7) poteva essere immediatamente ricavata osservando che OA1 è configurato come amplificatore non-invertente.*

Imponendo il bilancio delle correnti al nodo  $INN_2$ , considerando le (4.2) e (4.4), richiamando la (4.6) e l'espressione ricavata per  $V_{O1}$ , (4.7), si ottiene la tensione di uscita  $V_O$ :

$$V_O = V_2 \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) - V_1 \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right) \frac{R_2}{R_1} = (V_2 - V_1) \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \quad (4.8)$$

Il massimo valore che può assumere  $V_O$  si ha in corrispondenza del massimo valore di  $(V_2 - V_1) = 0.1 \sin(2\pi f t)$  :

$$\text{MAX}(V_O) = 0.1 \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = 1.1 \text{ V} \quad (4.9)$$

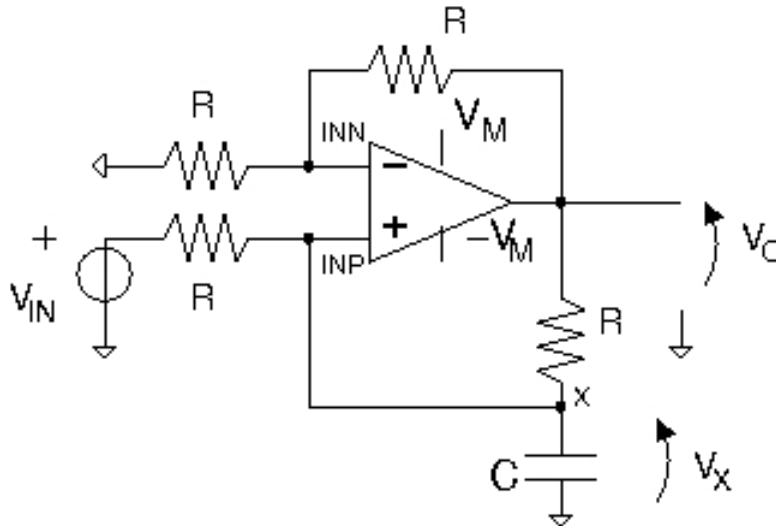
Poichè  $|V_O| < V_M$ , l'ipotesi di c.c.v. per OA2 è verificata ed il risultato ottenuto è corretto. Si osserva che il valore ottenuto nella (4.9) coincide con il valore di picco per  $V_O$  :

$$V_{Op} = 1.1 \text{ V} \quad (4.10)$$

## Esercizio 5

Calcolare il modulo del guadagno di tensione a piccolo segnale  $A_v \equiv \frac{V_o}{V_{IN}}$  alla frequenza  $f = 1 \text{ kHz}$ .

**Dati:**  $C = 200 \text{ nF}$ ,  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $f = 1 \text{ kHz}$ .



Considerazione Preliminare: si supponga l'amplificatore operazionale ideale; sulla base di ciò SE l'amplificatore operazionale lavora nella regione di alto guadagno si può considerare:

$$A_d = \frac{V_u}{V_d} = \infty \quad \text{IF } V_u \in (-V_M, +V_M) \rightarrow V_d = 0 \quad (5.1)$$

Inoltre:

$$R_i = \infty \quad (\text{resistenza di ingresso alle variazioni}) \quad (5.2)$$

$$R_o = 0 \quad (\text{resistenza di uscita alle variazioni}) \quad (5.3)$$

$$I_{INN0} = I_{INP0} = 0 \quad (\text{correnti di ingresso a riposo}) \quad (5.4)$$

Nelle quali  $V_u$  e  $V_d$  rappresentano rispettivamente la tensione di uscita e la tensione differenziale in ingresso all'amplificatore operazionale.

Ipotesi: si assuma l'amplificatore operazionale operante nella regione di alto guadagno. Dalla (5.1) (ipotesi di corto-circuito virtuale, c.c.v. in ingresso) si ottiene

$$V_{INN} = V_{INP} \quad (5.5)$$

Imponendo il bilancio delle correnti al nodo INN e richiamando le (5.2) e (5.4) si ottiene:

$$V_{INN} = \frac{V_o}{2} \quad (5.6)$$

Richiamando l'ipotesi di c.c.v. , (5.5) :

$$V_{INP} = V_{INN} = \frac{V_O}{2} \quad (5.7)$$

Imponendo il bilancio delle correnti al nodo X:

$$-\left(V_O - \frac{V_O}{2}\right) \frac{1}{R} + \frac{V_O}{2} sC + \left(\frac{V_O}{2} - V_{IN}\right) \frac{1}{R} = 0 \quad (5.8)$$

Dalla (5.8) si ottiene l'espressione della funzione di trasferimento del circuito di figura:

$$A_V(s) \equiv \frac{V_O}{V_{IN}} = \frac{2}{sRC} \quad (5.9)$$

*Nota: il presente circuito svolge la funzione di integratore non-invertente.*

Il modulo della f.d.t. alla frequenza di 1 kHz, si ottiene immediatamente dalla (5.9)

$$|A_V(f)| = \frac{1}{\pi fRC} \quad (5.10)$$

$$|A_V(f=1e3)| = 1.59 \quad (5.11)$$

## Esercizio 6

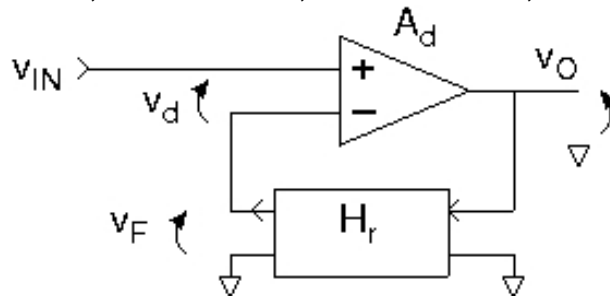
Si consideri il circuito in retroazione di figura basato su un amplificatore operazionale con

f.d.t.  $A_d \equiv \frac{V_O}{V_d} = \frac{A_{d0}(1+j\omega/\omega_3)}{(1+j\omega/\omega_0)(1+j\omega/\omega_1)(1+j\omega/\omega_2)}$  , con  $A_{d0} \in \mathbb{R}, A_{d0} > 0$  , e su un circuito due-porte con

f.d.t.  $H_r \equiv \frac{V_F}{V_O} = H_{r0}$  , con  $H_{r0} \in \mathbb{R}, H_{r0} > 0$  .

Calcolare il massimo valore di  $H_{r0}$  corrispondente ad un margine di fase di  $45^\circ$  (si utilizzi il diagramma di Bode asintotico).

**Dati:**  $A_{d0} = 80 \text{ dB}$ ,  $\omega_0 = 1 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_1 = 1 \text{ k rad/s}$ ,  $\omega_2 = 10 \text{ k rad/s}$ ,  $\omega_3 = 100 \text{ rad/s}$



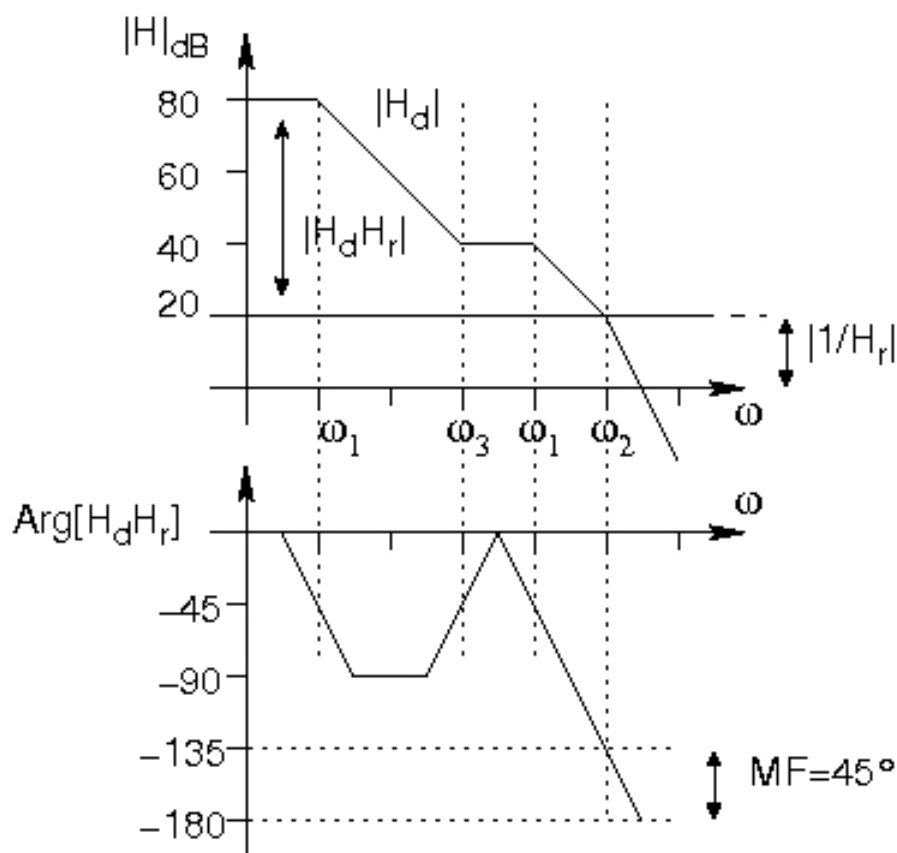
Si osserva che il circuito di figura è immediatamente riconducibile alla nota descrizione unifilare a blocchi del generico sistema in retroazione, dove il blocco di retroazione ha funzione di

trasferimento  $H_r = H_{r0}$ , il blocco diretto ha f.d.t.  $H_d = A_d$  e la funzione del blocco sommatore (con inversione del segnale di retroazione) è implementato dall'amplificatore operazionale (che dispone di ingresso differenziale).

Per la valutazione del margine di fase del circuito è necessario tracciare i diagrammi di Bode del guadagno di anello T:

$$T \equiv H_d H_r \quad (6.1)$$

L'analisi può essere semplicemente condotta tracciando i diagrammi (asintotici) dei moduli di  $H_d$  e  $1/H_r$  (di quest'ultimo il valore  $H_{r0}$  è incognito) separatamente sullo stesso grafico ed il diagramma delle fasi di T:



Si osserva che la pulsazione in corrispondenza della quale vale  $|H_d| = \left| \frac{1}{H_r} \right|$  coincide con la pulsazione di guadagno (d'anello) unitario  $\omega_T$ ,  $|T(\omega = \omega_T)| = 1$ .

Affinché M.F. sia pari a  $45^\circ$ , è necessario che  $\omega_T = \omega_2$ .

Pertanto è necessario che:

$$1/H_{r0} = 20\text{dB} \rightarrow H_{r0} = 20\text{dB}$$