

Esercizi di Termodinamica
(svolti durante il corso Fisica 1 –VCA, a.a. 08-09 e tracce d'esame)

1. Si consideri un recipiente contenente un gas perfetto. Inizialmente il volume del recipiente è $V_1 = 2 \text{ l}$ e la pressione $P_1 = 10 \text{ bar}$; indichiamo inoltre la temperatura con T_1 . Il gas viene inizialmente scaldato alla temperatura T_2 a volume costante; la pressione diventa $P_2 = 12 \text{ bar}$. Quindi viene diminuito il volume (volume finale V_2) a pressione costante, riportando la temperatura a T_1 . Si calcoli:

- a) il rapporto T_2/T_1 ;
- b) il volume V_2 .

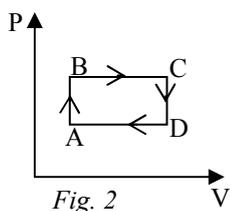
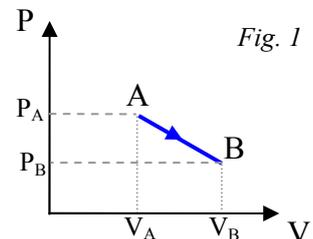
$[T_2/T_1 = 1.2; V_2 = 1.7 \text{ l}]$

2. Si consideri un cilindro rigido lungo $L = 30 \text{ cm}$ diviso in due parti da una parete sottile, a tenuta stagna, parallela alle estremità e libera di muoversi. Il cilindro è libero di scambiare calore con l'ambiente esterno la cui temperatura è costante. Inizialmente la parete è fissa e divide il cilindro in due parti uguali, ciascuna delle quali contiene un gas perfetto rispettivamente a pressione $P_{1,\text{in}} = 3 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ e $P_{2,\text{in}} = 9 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. Successivamente la parete viene lasciata libera di muoversi; si calcoli la distanza della parete dai due estremi in condizioni di equilibrio.

$[7.5 \text{ cm (e } 22.5 \text{ cm)}]$

3. Si consideri un gas che compie la trasformazione reversibile indicata in figura 1: nel piano di Clapeyron essa è rappresentata da un segmento che unisce il punto A (stato iniziale) con il punto B (stato finale). Sapendo che $P_A = 3 \text{ bar}$, $P_B = 1 \text{ bar}$, $V_A = 100 \text{ cm}^3$ e $T_A = T_B$, si calcoli il lavoro fatto dal gas nella trasformazione.

$[L = 40 \text{ J}]$



4. Si consideri un gas che compie il ciclo reversibile indicato in figura 2 con $P_A = P_D = 2 \text{ bar}$, $P_B = P_C = 3 \text{ bar}$, $V_A = V_B = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ e $V_C = V_D = 7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$. Si calcoli il lavoro totale fatto nel ciclo.

$[L = 500 \text{ J}]$

5. Una certa quantità di elio (gas monoatomico) è contenuta in un cilindro con un pistone termicamente conduttore, cosicché la temperatura resta pari a quella dell'ambiente esterno $T_0 = 300 \text{ K}$. Il volume iniziale è $V_0 = 5 \text{ l}$ e la pressione $P_0 = 20 \text{ atm}$. Il gas viene lasciato espandere molto lentamente fino a che il volume raddoppia.

- (a) Quante moli di gas sono contenute nel cilindro?
- (b) Qual è lo stato finale?
- (c) Quale è il calore Q , il lavoro L e la variazione ΔU di energia interna relativi alla trasformazione?

$[P=10 \text{ atm}; Q=7020 \text{ J}, \Delta U=0]$

6. Un cilindro ha pareti rigide che non consentono scambi di calore con l'esterno ed è chiuso da un pistone di massa trascurabile e superficie $A = 0.03 \text{ m}^2$, libero di scorrere senza attrito. Il cilindro contiene aria a temperatura ambiente. Al suo interno viene posto un cubetto di rame di massa $m = 50 \text{ g}$ a temperatura $T_1 = 80 \text{ }^\circ\text{C}$. Il sistema costituito dal cubetto e dall'aria raggiunge l'equilibrio termico alla temperatura $T_2 = 55 \text{ }^\circ\text{C}$; nel frattempo si osserva che il pistone si è alzato di $h = 4.52 \text{ cm}$ rispetto alla precedente condizione di equilibrio. Calcolare la variazione di energia interna dell'aria. (Trascurare la capacità termica della parte interna del recipiente; il calore specifico del rame è $c = 385 \text{ J / Kg K}$)

[343 J]

7. (Dalla prova scritta di Fisica 1 - febbraio 09)

Una mole di gas perfetto monoatomico compie una trasformazione reversibile di equazione $P = kV$, dallo stato A ($P_A = 1 \text{ atm}$ e $V_A = 10 \text{ l}$) allo stato B ($P_B = 2 \text{ atm}$). Calcolare:

- il valore della costante k e il volume nello stato finale B;
- il lavoro compiuto dal gas nella trasformazione;
- la quantità di calore scambiata con l'esterno.

[$V_B = 20 \text{ l}$; $L = 1520 \text{ J}$; $Q = 6080 \text{ J}$]

8. Una mole di elio (da approssimare come gas perfetto) alla temperatura $T_A = 27 \text{ }^\circ\text{C}$ occupa inizialmente il volume $V_A = 1 \text{ l}$. Al gas viene fatta compiere una trasformazione quasi statica isoterma che ne raddoppia il volume e poi una compressione adiabatica quasi statica che lo riporta alla pressione iniziale.

- Determinare lo stato finale;
- calcolare il lavoro e il calore scambiato dal sistema durante la trasformazione complessiva.

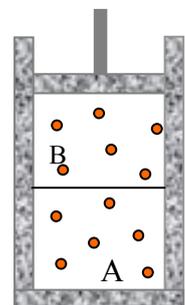
[$V_f = 1.32 \text{ l}$, $T_f = 396 \text{ K}$; $Q_{tot} = 1726 \text{ J}$, $L_{tot} = 531 \text{ J}$]

9. Due recipienti rigidi di volume rispettivamente $V_A = 5 \text{ l}$ e $V_B = 15 \text{ l}$, termicamente isolati, contengono rispettivamente $n_A = 0.3 \text{ mol}$ di gas monoatomico a pressione $P_A = 1.5 \text{ atm}$ e $n_B = 0.4 \text{ mol}$ di gas biatomico a pressione $P_B = 0.8 \text{ atm}$. I due recipienti sono inizialmente separati da un rubinetto chiuso, la cui apertura causa il mescolamento dei due gas. Calcolare la pressione e la temperatura finali, dopo che si è raggiunto l'equilibrio, nell'ipotesi che i due gas si comportino come gas perfetti.

[$T_f = 347 \text{ K}$; $P_f \approx 1 \text{ atm}$]

10. Un setto conduttore fisso divide un cilindro a pareti isolanti in due parti A e B. Ciascuna parte contiene lo stesso numero di moli ($n=2$) di gas perfetto monoatomico. La parte B ha volume variabile per la possibilità di movimento senza attrito di un pistone isolante. Il sistema è inizialmente in equilibrio alla temperatura $T_i=270 \text{ K}$. Con un lento movimento del pistone si comprime il gas nella parte B fino a che la temperatura di equilibrio finale è $T_f=280\text{K}$. Trascurando la capacità termica del recipiente e del pistone, calcolare il lavoro compiuto dai gas.

[$L=-498 \text{ J}$]



11. Due sorgenti sono costituite l'una da 200 g di ghiaccio alla temperatura $T_1 = 0^\circ\text{C}$ e l'altra da 4.8 Kg di piombo fuso ($T_2 = 327 \text{ }^\circ\text{C}$) alla pressione atmosferica. Determinare la massima quantità di lavoro che è possibile ottenere facendo lavorare una macchina termica (ideale) fra queste due sorgenti, sapendo che la macchina si arresta quando una delle due sorgenti cambia temperatura. Cosa succede nel caso in cui la sorgente 2 è costituita da 8.0 Kg di Pb?

[Calori latenti: $\lambda_1 = 80 \text{ cal/g}$ e $\lambda_2 = 5.5 \text{ cal/g}$]

$$[L = 14388 \text{ cal}; L = 19165 \text{ cal}]$$

12. (Dalla prova scritta di Fisica 1 – dicembre 08)

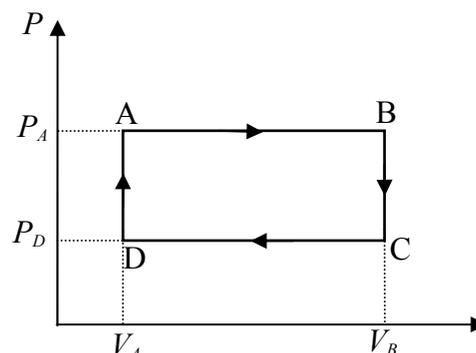
Il ciclo reversibile mostrato in figura, eseguito da un gas perfetto monoatomico, è costituito da due trasformazioni isocore e due isobare.

($P_A = 8 \text{ atm}$; $P_D = 4 \text{ atm}$; $V_A = 2 \text{ lit}$; $V_B = 6 \text{ lit}$.)

Calcolare:

- 1) il lavoro svolto nella trasformazione AB;
- 2) il calore scambiato nella trasformazione BC ;
- 3) il rendimento del ciclo;
- 4) la variazione di entropia nella trasformazione AD.

$$[L_{AB} = 3242 \text{ J}; Q_{BC} = -3647 \text{ J}; \eta = 0.17; \Delta S_{DA} = 3/2 n R \ln 2]$$



13. (Dalla prova scritta di Fisica 1 – marzo 08) Due moli di gas perfetto biatomico, inizialmente alla temperatura $T_0 = 300 \text{ K}$ e alla pressione $P_0 = 30 \text{ atm}$, subiscono una espansione isoterma che ne raddoppia il volume. Successivamente il gas subisce una trasformazione isobara che riporta il gas al volume iniziale.

- (a) Calcolare la pressione e la temperatura finali del gas.
- (b) Calcolare il lavoro e il calore relativi alle due trasformazioni.
- (c) Viene compiuta infine una trasformazione isocora che riporta il gas nelle condizioni iniziali. Calcolare il rendimento del ciclo.

$$[(a) P_f = 15 \text{ atm}, T_f = 150 \text{ K}; (b) L_1 = 3456 \text{ J}, L_2 = -2493 \text{ J}; (c) \eta \approx 0.1]$$

14. Due litri di acqua a temperatura $T_1 = 80^\circ\text{C}$ vengono mescolati con quattro litri d'acqua a temperatura $T_2 = 20^\circ\text{C}$ in un recipiente a pareti adiabatiche. Si calcoli: (a) la temperatura di equilibrio; (b) la variazione di entropia. Il calore specifico dell'acqua è $4186 \text{ J}/(\text{kg K})$.

$$[(a) T_f = 40^\circ\text{C}; (b) \Delta S = 99 \text{ J/K}]$$

15. In un cilindro chiuso da un pistone mobile a tenuta stagna è contenuto azoto alla pressione $P_i = 1.5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ e alla temperatura $T_i = 20^\circ\text{C}$. Il cilindro ed il pistone sono perfettamente isolanti e sono posti in un ambiente a pressione costante $P_0 = 1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Inizialmente il pistone è bloccato e il volume occupato dal gas è $V_i = 300 \text{ cm}^3$. Successivamente il pistone viene lasciato libero di muoversi ed il gas si espande. Si calcoli all'equilibrio:

- (a) la temperatura del gas T_f
- (b) il volume finale V_f
- (c) la variazione di entropia.

[Considerare il gas come gas perfetto]

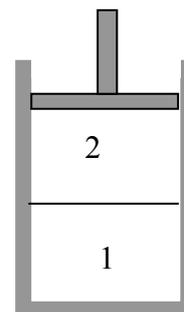
$$[(a) T_f = 266 \text{ K}; (b) V_f = 403 \text{ cm}^3; (c) \Delta S = 9 \cdot 10^{-3} \text{ J/K}]$$

16. Un fluido termodinamico esegue un ciclo di Carnot (reversibile) operando tra due sorgenti le cui temperature differiscono di 200 K . La variazione di entropia lungo la trasformazione isoterma alla temperatura inferiore è $\Delta S_1 = -20 \text{ cal/K}$. Calcolare il lavoro compiuto nel ciclo.

$$[L = 1.67 \cdot 10^4 \text{ J}]$$

Problema d'esame – 18 giugno 2009

Un cilindro a pareti adiabatiche e munito di pistone (anch'esso isolante e a tenuta stagna) è diviso in due parti uguali da un setto. Inizialmente il pistone è bloccato e la parte inferiore, di volume $V_1 = 2 \text{ l}$, contiene 0.4 moli di gas perfetto monoatomico alla temperatura $T = 27^\circ\text{C}$, mentre nella parte superiore vi è il vuoto.



- (a) Viene rimosso il setto ed il gas si espande liberamente. Determinare lo stato finale del gas (valori di pressione, volume e temperatura) e la variazione di entropia del gas.
- (b) Successivamente viene sbloccato il pistone e il gas viene compresso in modo reversibile fino a riportarlo al volume iniziale. Di che tipo di trasformazione si tratta? Determinare la temperatura e la pressione del gas in questo stato e il lavoro subito dal gas.

[$R = 8.3 \text{ J}/(\text{mol K}) = 0.082 \text{ (l atm)}/(\text{mol K})$; per gas monoatomici $\gamma = 5/3$]

Soluzione:

- (a) In una espansione libera di un gas perfetto non c'è variazione di temperatura, per cui (denotando con B lo stato raggiunto dal sistema) $T_B = T = 300 \text{ K}$;
inoltre: $V_B = 2 V_1 = 4 \text{ l}$;
la pressione si può ricavare dall'equazione di stato dei gas perfetti:
 $P_B = n R T_B / V_B = 2.46 \text{ atm}$

La trasformazione è adiabatica irreversibile (è una trasformazione spontanea), quindi la variazione di entropia deve essere positiva. La variazione di entropia si può determinare sia ricorrendo all'espressione valida per i gas perfetti,

$$\Delta S = n c_v \ln(T_B/T) + n R \ln(V_B / V_1) = n R \ln(V_B / V_1) = 2.3 \text{ J/K}$$

sia utilizzando una trasformazione reversibile alternativa che connette gli stessi stati, ad esempio si può considerare una isoterma reversibile:

$$\Delta S = Q_{AB}^{(\text{rev})} / T = L_{AB} / T = [n R T \ln(V_B / V_1)] / T = n R \ln(V_B / V_1) = 2.3 \text{ J/K}$$

- (b) La trasformazione è adiabatica reversibile.

$$P V^\gamma = \text{costante}; \quad \text{ossia} \quad P_C V_C^\gamma = P_B V_B^\gamma$$

ma $V_C = V_1$, quindi:

$$P_C = P_B (V_B / V_1)^\gamma = P_B (2)^{5/3} = 7.81 \text{ atm}$$

Dall'equazione di stato dei gas perfetti:

$$T_C = P_C V_C / n R = 476 \text{ K}$$

Dal primo principio

$$L = Q - \Delta U = - \Delta U = -n c_v \Delta T = -n c_v (T_C - T_B) = -877 \text{ J}$$