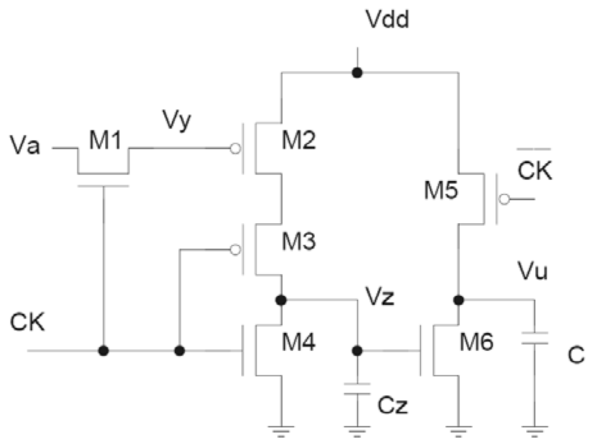
PROVA SCRITTA DI ELETTRONICA DEI SISTEMI DIGITALI A
15 LUGLIO 2005

Nel circuito in figura, i transistori MOS sono caratterizzati dai coefficienti β_i. Il segnale di clock (CK) abbia una frequenza pari a 500 MHz e il segnale complementare ($\overline{CK}$) sia in ritardo di 90 ps rispetto alla fase corrispondente di CK. Il segnale Va può commutare soltanto nella fase in cui CK=1 e $\overline{CK}$=0, sufficientemente distante dalla successiva transizione dei segnali di clock (i transitori cioè abbiano comunque il tempo di completarsi).

1. Si descriva il comportamento del crcuito, eventualmente tracciando un diagramma qualitativo dei segnali tempovarianti (Vy, Vz, Vu) in risposta a una transizione positiva e negativa di Va;
2. Si calcolino i tempi di propagazione di Vu, valutati rispetto al fronte negativo di CK, e relativi a una transizione positiva e negativa di Va. A tal fine si supponga che i tempi di propagazione associati ai singoli stadi possano essere approssimati al caso ideale (ingresso a gradino);

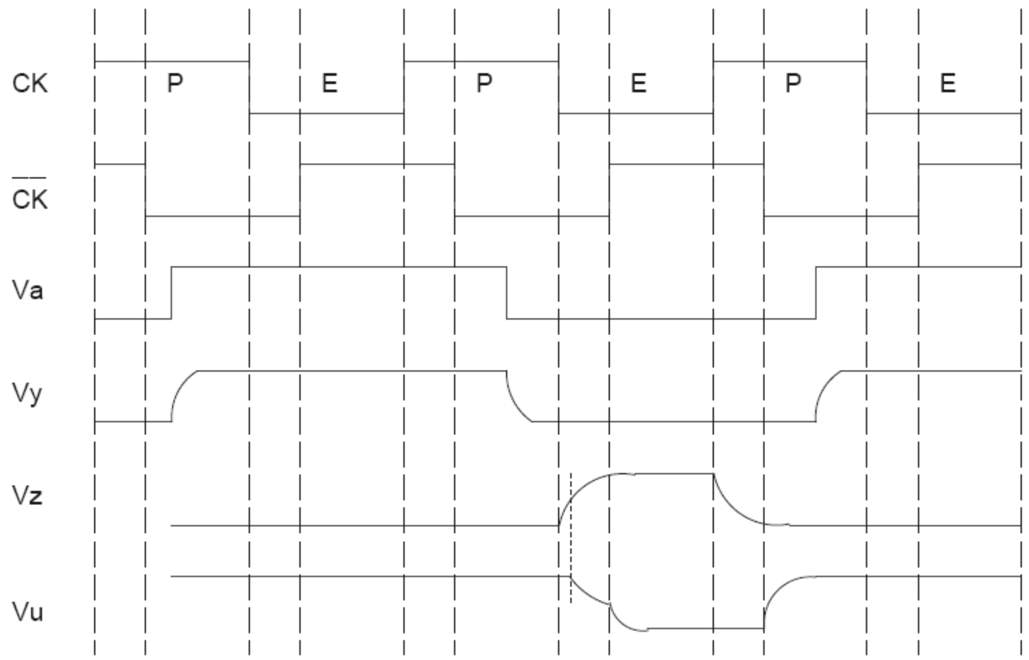


$\beta_2=\beta_3=100\ \mu A/V^2$,
$\beta_5=50\ \mu A/V^2$,
$\beta_1=\beta_4=\beta_6=60\ \mu A/V^2$,
$V_{Tn}=0.45$ V,
$V_{Tp}=0.5$ V,
$V_{DD}=3.5$ V,
$C_z=5$ fF,
$C=10$ fF.

Si ricorda che la primitiva della funzione $\dfrac{1}{ax^2+bx+c}$ è uguale a

$$\frac{2}{\sqrt{-\Delta}}\arctan\left(\frac{2ax+b}{\sqrt{-\Delta}}\right)\ per\ \Delta=b^2-4ac<0$$
$$\frac{1}{\sqrt{\Delta}}\ln\left(\left|\frac{2ax+b-\sqrt{\Delta}}{2ax+b+\sqrt{\Delta}}\right|\right)\ per\ \Delta=b^2-4ac>0$$

<u>**SOLUZIONE**</u>



Osservazione:
Va può cambiare valore solo in fase di precarica, con CK=1. Nella stessa fase di precarica Vz è precaricato basso mentre Vu è precaricato alto. In fase di valutazione, con Va="1", Vz e Vu assumeranno rispettivamente i valori "0" e "1", valori già assunti durante la fase di precarica, pertanto il tempo di propagazione t_{plh}, valutato rispetto al fronte negativo di CK, e relativo ad una transizione da basso ad alto di Va è nullo.

Per quanto riguarda la transizione di Va da alto a basso, consideriamo separatamente i due stadi coinvolti, il primo costituito da M2, M3 e M4, il secondo costituito da M5 e M6.

<u>**I stadio:**</u>

> non appena CK=0: M4 OFF, M3 ON, M1 OFF, M2 ON (n.b.: nella precedente fase di precarica M1 ON pertanto Vy=0, valore che viene mantenuto con M1 OFF in fase di valutazione).
> M2 e M3 risultano in serie, allora βeq=βp/2.
> Inizialmente Meq SAT (Vsd>Vsg-Vtp, Vdd-Vz>Vdd-Vtp, Vz<Vtp)

$$Cz\,\frac{dvz}{dt} = bp\,\frac{(vdd - vtp)^2}{4}$$

$$t1z = \int_0^{vtp} \frac{Cz}{bp\,\frac{(vdd-vtp)^2}{4}}\,dvz$$

t_{1z} = 11.11 ps

per Vz>Vtp Meq entra in lineare

$$Cz\,\frac{dvz}{dt} = \frac{bp}{2}\left((vdd - vtp)\,(vdd - vz) - \frac{(vdd - vz)^2}{2}\right)$$

$$t2z = \int_{vtp}^{vdd/2} \frac{Cz}{\frac{bp}{2}\left((vdd - vtp)(vdd - vz) - \frac{(vdd - vz)^2}{2}\right)}\, dvz$$

$t_{2z} = 29.57ps$

$t_{plhz} = t_{1z}+t_{2z} = 40.68ps$

> n.b.: il 50% della escursione logica del primo stadio viene raggiunto prima della commutazione da basso ad alto di CKneg.

<u>II stadio</u>

Con CKneg=0 M5 ON. Abbiamo quindi i seguenti tratti:

I tratto:

M5 ON LIN (Vsd<Vsg-Vtp, Vdd-Vu<Vdd-Vtp, Vu>Vtp)
M6 ON SAT (Vds>Vgs-Vtn, Vu>Vdd-Vtn)

$$Cu\,\frac{dvu}{dt} = bp5\left((vdd - vtp)(vdd - vu) - \frac{(vdd - vu)^2}{2}\right) - \frac{bn}{2}(vdd - vtn)^2$$

$$t1u = \int_{vdd}^{vdd-vtn} \frac{Cu}{bp5\left((vdd - vtp)(vdd - vu) - \frac{(vdd - vu)^2}{2}\right) - \frac{bn}{2}(vdd - vtn)^2}\, dvu$$

$t_{1u} = 18.31$ ps

II tratto:

M5 ON LIN (Vsd<Vsg-Vtp, Vdd-Vu<Vdd-Vtp, Vu>Vtp)
M6 ON LIN (Vds<Vgs-Vtn, Vu<Vdd-Vtn)

$$Cu\,\frac{dvu}{dt} = bp5\left((vdd - vtp)(vdd - vu) - \frac{(vdd - vu)^2}{2}\right) - bn\left((vdd - vtn)\,vu - \frac{vu^2}{2}\right)$$

$$t2u = \int_{vdd-vtn}^{vdd/2} \frac{Cu}{bp5\left((vdd - vtp)(vdd - vu) - \frac{(vdd - vu)^2}{2}\right) - bn\left((vdd - vtn)\,vu - \frac{vu^2}{2}\right)}\, dvu$$

t_{2u}=120.14 ps

$t_z=t_{plhz}+t_{1u}+t_{2u}$= 179.14 ps

Il II tratto terminerebbe dopo la fase di skew quindi bisognerà considerare un altro tratto dopo lo skew con M5 OFF che avrà, come valore iniziale di Vu, il valore raggiunto da Vu al termine della fase di skew.

Calcolo del valore di Vu raggiunto al termine della fase di skew (V_{fin}):

$$tskew - tplhz - t1u = \int_{vdd-vtn}^{vfin} \frac{Cu}{bp5\left((vdd - vtp)(vdd - vu) - \frac{(vdd - vu)^2}{2}\right) - bn\left((vdd - vtn)\,vu - \frac{vu^2}{2}\right)}\, dvu$$

V_{fin}=2.4968 V
Calcolo del rimanente tempo necessario per raggiungere il 50% dell'escursione

III tratto:

M5 OFF , M6 ON LIN (per Vu<Vdd-Vtn M6 entra in lineare)

$$Cu \frac{dvu}{dt} = -bn\left((vdd - vtn)\, vu - \frac{vu^2}{2}\right)$$

$$t3u = -\int_{vfin}^{vdd/2} \frac{Cu}{bn\left((vdd - vtn)\, vu - \frac{vu^2}{2}\right)}\, dvu$$

t_{3u} = 29.97 ps

$t_{phl} = t_{skew} + t_{3u}$ = 90+29.97 =119.71 ps