

Esercizi sui numeri complessi

Nei primi esercizi si chiede di utilizzare sia la rappresentazione cartesiana sia quella esponenziale, in modo da capire caso per caso quale sia la più comoda. Nei successivi si cerchi di usare solo la rappresentazione più conveniente. La complessità di calcolo è in tutti i casi modesta usando la tecnica migliore; può invece essere elevata se si sceglie una via sfavorevole.

1. Siano $A = 1 + 2j$ e $B = 3 \exp(j\pi/4)$. Si calcoli $A \cdot B$ utilizzando per A e B sia la notazione cartesiana $a + jb$ sia quella esponenziale $\rho \exp(j\vartheta)$. Quale risulta più comoda?
2. Siano $A = 1 + 2j$ e $B = 3 \exp(j\pi/4)$. Si calcoli $A + B$ utilizzando per A e B la notazione cartesiana. E' possibile effettuare il calcolo utilizzando la notazione esponenziale? e risulta comodo?
3. Si calcoli $(1 + j)^6$ utilizzando

- la notazione cartesiana e l'espansione con la formula del binomio $(a + b)^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$
- la notazione cartesiana e $(1 + j)^6 = ((1 + j)^3)^2$
- la notazione cartesiana e $(1 + j)^6 = ((1 + j)^2)^3$
- la notazione esponenziale

Quale metodo risulta più comodo?

4. Si calcoli $(1 + j)^5$ utilizzando

- la notazione cartesiana e l'espansione con la formula del binomio $(a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$
- la notazione esponenziale

Quale metodo risulta più comodo?

5. Si calcoli $\sqrt{1 + j}$ utilizzando la rappresentazione esponenziale. La soluzione è unica? *Suggerimento*: esiste un solo valore di $\sqrt{9}$? esiste un solo valore di $\sqrt{-9}$?
6. Si potrebbe calcolare $\sqrt{1 + j}$ utilizzando la rappresentazione cartesiana? *Suggerimento*: cercare a e b in modo che risulti $(a + jb)^2 = 1 + j$. Il calcolo risulta comodo?

7. Determinare tutti i possibili valori di $\sqrt[N]{1}$, cioè *tutti* i numeri complessi che elevati all' N -esima potenza danno 1. Quante soluzioni esistono? Quali sono modulo e argomento delle soluzioni?
8. Calcolare $\exp(j)$, dando il risultato in forma cartesiana.
9. Calcolare $\exp(\exp(j))$, dando il risultato sia nella forma esponenziale sia in quella cartesiana.
10. I numeri complessi $A = 3 + 2j$ e $B = 2 + 3j$ hanno lo stesso modulo? In caso contrario quale ha modulo maggiore? Quale è il modulo di AA^* , AB , AB^* e BB^* ? Quale è il modulo di $A + B$ e di $A - B$?
11. Vi viene raccontato che il modulo di $10 + 30 \exp(j5\pi/7)$ è maggiore di 50. Ci credete?
12. Vi viene raccontato che il modulo di $10 + 30 \exp(j5\pi/7)$ è 40. Ci credete?
13. Vi viene raccontato che il modulo di $10 + 30 \exp(j5\pi/7)$ è uguale al modulo di $10 - 30 \exp(j5\pi/7)$. Ci credete?
14. Vi viene raccontato che il modulo di $10 + 30 \exp(j5\pi/7)$ è maggiore del modulo di $10 - 30 \exp(j5\pi/7)$. Ci credete?
15. Il numero $(10 + 30 \exp(j5\pi/7))(10 + 30 \exp(-j5\pi/7))$ è reale?
16. Calcolare $\frac{7+3j}{2+j}$, dando il risultato nella forma più comoda.
17. Calcolare $\frac{(1-j)^3}{(1+j)^2}$, dando il risultato nella forma più comoda.
18. Se a e b sono numeri reali il modulo di $\frac{a+jb}{a-jb}$ è uno?
19. Se a e b sono numeri complessi il modulo di $\frac{a+jb}{a-jb}$ è uno?
20. Calcolare $\frac{1}{(1+j)^2}$.