

COMUNICAZIONI ELETTRICHE A

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica, Ingegneria Informatica e Ingegneria delle Telecomunicazioni

Prova del 30/3/2006

1. Si dimostri che, a parità di potenza trasmessa e di densità spettrale di potenza di rumore sul canale, le modulazioni DSB e SSB forniscono lo stesso rapporto segnale-rumore all'uscita del demodulatore.
2. Il segnale $x(t)$ di banda B , il cui spettro è mostrato in Fig. 1, viene utilizzato per modulare in fase a banda stretta la portante $A_0 \cos 2\pi f_0 t$. Il segnale modulato viene trasmesso su un canale che introduce rumore additivo con densità spettrale di potenza $N_0/2$.
 - (a) Si disegnino gli spettri di ampiezza e fase del segnale modulato.
 - (b) Si dica come realizzare il demodulatore.
3. Per una modulazione PAM, si dica come ricavare una mappa Gray per n bit a partire da quella per $n - 1$ bit.
4. In un sistema di trasmissione PAM binario in banda base, i simboli trasmessi a_i sono equiprobabili, indipendenti ed appartenenti all'alfabeto $\{\pm 1\}$. I campioni all'uscita del filtro di ricezione possono essere espressi nella forma

$$x_k = a_k + 0.2a_{k-1} + n_k$$

dove n_k sono campioni gaussiani con funzione di autocorrelazione $R_n(m) = E\{n_{k+m}n_k\} = \frac{N_0}{2}\delta(m)$, con $N_0 = 0.08 \text{ V}^2/\text{Hz}$.

- (a) Si calcoli l'errore quadratico medio $E\{(x_k - a_k)^2\}$.
- (b) Si dimensionino un equalizzatore con 2 prese (1 elemento di ritardo) secondo il seguente criterio (dell'errore quadratico medio minimo): indicando con y_k l'uscita dell'equalizzatore, e cioè $y_k = c_0x_k + c_1x_{k-1}$, si dimensionino le prese dell'equalizzatore in modo da minimizzare l'errore quadratico medio $J = E\{(y_k - a_k)^2\}$. Si calcoli il valore minimo corrispondente di J .

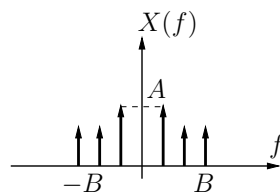


Figura 1:

Soluzione:

1. Domanda di teoria.
2. Il segnale modulato ha espressione

$$x_{NBPM}(t) \simeq A_0 \cos 2\pi f_0 t - A_0 \phi_\Delta x(t) \sin 2\pi f_0 t$$

la cui trasformata di Fourier è

$$X_{NBPM}(f) = \frac{A_0}{2} \delta(f - f_0) + \frac{A_0}{2} \delta(f + f_0) - \frac{A_0 \phi_\Delta}{2j} X(f - f_0) + \frac{A_0 \phi_\Delta}{2j} X(f + f_0).$$

- (a) Gli spettri di ampiezza e fase del segnale modulato sono mostrati in Fig. 2 (con riferimento alle sole frequenze positive). La banda del segnale è quindi $B_{NBPM} = 2B$.

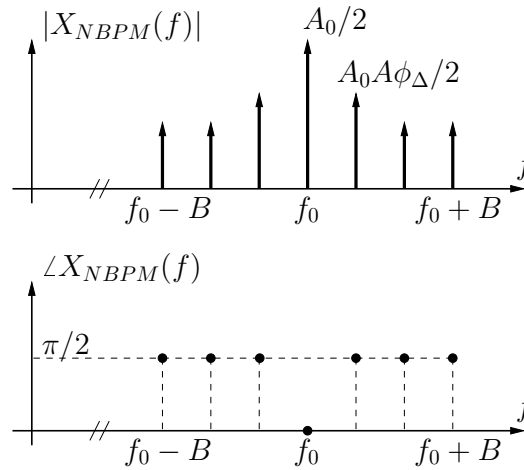


Figura 2:

- (b) Il ricevitore deve semplicemente estrarre la componente in quadratura ed è mostrato in Fig. 3. Il filtro $H_1(f)$ è un filtro passa banda di banda $B_{NBPM} = 2B$ intorno alla frequenza

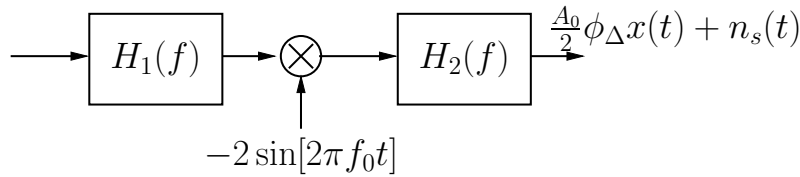


Figura 3:

f_0 , mentre il filtro $H_2(f)$ è un filtro passa basso di banda B .

3. Domanda di teoria.
4. All'uscita del filtro di ricezione si ha presenza di ISI.

- (a) L'errore quadratico medio è

$$E\{(x_k - a_k)^2\} = E\{(0.2a_{k-1} + n_k)^2\} = 0.04 + \frac{N_0}{2} = 0.08$$

essendo

$$\begin{aligned} E\{a_{k-1}^2\} &= 1 \\ E\{n_k^2\} &= \frac{N_0}{2}. \end{aligned}$$

(b) Il campione y_k all'uscita dell'equalizzatore può esprimersi come

$$y_k = c_0 x_k + c_1 x_{k-1} = c_0 a_k + (c_1 + 0.2c_0) a_{k-1} + 0.2c_1 a_{k-2} + c_0 n_k + c_1 n_{k-1} .$$

Si ha quindi

$$y_k - a_k = (c_0 - 1) a_k + (c_1 + 0.2c_0) a_{k-1} + 0.2c_1 a_{k-2} + c_0 n_k + c_1 n_{k-1}$$

il cui valore quadratico medio è

$$\begin{aligned} J = E\{(y_k - a_k)^2\} &= E\{[(c_0 - 1)a_k + (c_1 + 0.2c_0)a_{k-1} + 0.2c_1 a_{k-2} + c_0 n_k + c_1 n_{k-1}]^2\} \\ &= (c_0 - 1)^2 + (c_1 + 0.2c_0)^2 + 0.04c_1^2 + c_0^2 \frac{N_0}{2} + c_1^2 \frac{N_0}{2} \\ &= 1.08c_0^2 + 1.08c_1^2 + 0.4c_0c_1 - 2c_0 + 1 \end{aligned}$$

essendo

$$\begin{aligned} E\{a_k^2\} &= E\{a_{k-1}^2\} = E\{a_{k-2}^2\} = 1 \\ E\{a_k a_{k-1}\} &= E\{a_k\} E\{a_{k-1}\} = 0 \\ E\{a_k a_{k-2}\} &= E\{a_k\} E\{a_{k-2}\} = 0 \\ E\{n_k^2\} &= E\{n_{k-1}^2\} = \frac{N_0}{2} = 0.04 \\ E\{a_k n_m\} &= E\{a_k\} E\{n_m\} = 0 . \end{aligned}$$

I valori delle prese che minimizzano J si ottengono risolvendo il sistema

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial c_0} &= 2.16c_0 + 0.4c_1 - 2 = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial c_1} &= 2.16c_1 + 0.4c_0 = 0 . \end{aligned}$$

I valori corrispondenti delle prese sono quindi

$$\begin{aligned} c_0 &= 0.9588 \\ c_1 &= -0.1776 \end{aligned}$$

Il valore minimo corrispondente di J è

$$J = 0.0412 .$$