

COMUNICAZIONI ELETTRICHE A

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Ingegneria delle Telecomunicazioni

Prova scritta del 11/1/2005

Parte I

Tempo a disposizione: 2 ore

1. Per una trasmissione FM analogica, si determini il rapporto segnale-rumore all'uscita del demodulatore in funzione del rapporto segnale-rumore all'ingresso del demodulatore stesso, della banda del segnale trasmesso, della banda del segnale FM, della potenza ricevuta e della deviazione di frequenza.
2. Si confrontino, a parità di potenza ricevuta, i formati di modulazione DSB e SSB in presenza di errori di fase. In particolare, si consideri il ricevitore mostrato in Fig. 1 in cui $H_1(f)$ è un filtro passa banda di banda $2B$, nel caso di modulazione DSB, o B , nel caso di modulazione SSB, $H_2(f)$ è un filtro passa basso di banda B e $w(t)$ è rumore additivo bianco con densità spettrale di potenza $N_0/2$. Si indichi il segnale trasmesso come

$$s(t) = m(t) \cos 2\pi f_0 t \quad \text{nel caso di modulazione DSB}$$

$$s(t) = \alpha m(t) \cos 2\pi f_0 t - \alpha \tilde{m}(t) \sin 2\pi f_0 t \quad \text{nel caso di modulazione SSB}$$

dove $m(t)$ è un segnale modulante, supposto un processo stocastico avente potenza $P_m = E\{m^2(t)\}$.

- (a) Si determini il coefficiente α in modo tale che la potenza media del segnale ricevuto sia uguale in entrambi i casi.
- (b) Si calcoli l'espressione del segnale $x(t)$ nei due casi (in corrispondenza di un valore di θ generico).
- (c) Nell'ipotesi che sia $\theta = 0$, si calcoli il rapporto segnale-rumore all'ingresso ed all'uscita del demodulatore nei due casi.
- (d) In assenza di rumore, si ricavi l'espressione dell'errore quadratico medio normalizzato, definito nei due casi come

$$\bar{\epsilon}_{DSB}^2 = \frac{E\{[x(t) - m(t)]^2\}}{E\{m^2(t)\}}$$
$$\bar{\epsilon}_{SSB}^2 = \frac{E\{[x(t) - \alpha m(t)]^2\}}{E\{[\alpha m(t)]^2\}}$$

e lo si rappresenti in funzione di θ .

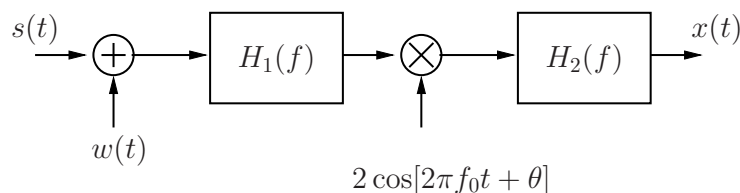


Figura 1:

Soluzione:

1. Domanda di teoria.
2. La potenza media del segnale ricevuto è, nei due casi

$$P_{DSB} = \frac{P_m}{2}$$

$$P_{SSB} = \alpha^2 \frac{P_m}{2} + \alpha^2 \frac{P_m}{2} = \alpha^2 P_m$$

dal momento che un segnale e la sua trasformata di Hilbert hanno la stessa potenza.

- (a) Affinché la potenza del segnale ricevuto sia la stessa nei due casi, deve essere $\alpha = 1/\sqrt{2}$.
- (b) Essendo

$$\begin{aligned}\cos(2\pi f_0 t) &= \cos(2\pi f_0 t + \theta - \theta) = \cos \theta \cos(2\pi f_0 t + \theta) + \sin \theta \sin(2\pi f_0 t + \theta) \\ \sin(2\pi f_0 t) &= \sin(2\pi f_0 t + \theta - \theta) = \cos \theta \sin(2\pi f_0 t + \theta) - \sin \theta \cos(2\pi f_0 t + \theta)\end{aligned}$$

possiamo scrivere, nel caso del segnale DSB

$$s(t) = m(t) \cos \theta \cos(2\pi f_0 t + \theta) + m(t) \sin \theta \sin(2\pi f_0 t + \theta)$$

mentre nel caso del segnale SSB

$$\begin{aligned}s(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} m(t) \cos \theta \cos(2\pi f_0 t + \theta) + \frac{1}{\sqrt{2}} m(t) \sin \theta \sin(2\pi f_0 t + \theta) \\ &\quad - \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{m}(t) \cos \theta \sin(2\pi f_0 t + \theta) + \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{m}(t) \sin \theta \cos(2\pi f_0 t + \theta) \\ &= \left[\frac{1}{\sqrt{2}} m(t) \cos \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{m}(t) \sin \theta \right] \cos(2\pi f_0 t + \theta) \\ &\quad - \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{m}(t) \cos \theta - \frac{1}{\sqrt{2}} m(t) \sin \theta \right] \sin(2\pi f_0 t + \theta).\end{aligned}$$

Il ricevitore estrae la componente in fase (rispetto alla portante a frequenza f_0 e fase θ). È quindi, nel caso di modulazione DSB

$$x(t) = m(t) \cos \theta + n_c(t)$$

mentre, nel caso di modulazione SSB

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} m(t) \cos \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{m}(t) \sin \theta + n'_c(t).$$

Dal momento che il filtro di front-end è diverso nei due casi, il rumore $n_c(t)$ avrà densità spettrale di potenza pari a N_0 sulla banda B , mentre, sulla stessa banda, il rumore $n'_c(t)$ ha densità spettrale di potenza $N_0/2$.

- (c) Per come si è scelto α , in entrambi i casi la potenza all'ingresso del demodulatore è $S_I = P_m/2$. Per quanto riguarda la potenza di rumore all'ingresso del demodulatore, nel caso di modulazione DSB è

$$N_I = 2N_0B$$

mentre nel caso di modulazione SSB è

$$N_I = N_0 B.$$

È quindi

$$\begin{aligned} \frac{S_I}{N_I} &= \frac{P_m}{4N_0 B} \quad \text{per la modulazione DSB} \\ \frac{S_I}{N_I} &= \frac{P_m}{2N_0 B} \quad \text{per la modulazione SSB.} \end{aligned}$$

Per $\theta = 0$ è

$$\begin{aligned} x(t) &= m(t) + n_c(t) \\ x(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}}m(t) + n'_c(t). \end{aligned}$$

Pertanto

$$\begin{aligned} S_U &= P_m \quad \text{per la modulazione DSB} \\ S_U &= \frac{P_m}{2} \quad \text{per la modulazione SSB.} \end{aligned}$$

Per quanto riguarda il rumore è

$$\begin{aligned} N_U &= 2N_0 B \quad \text{per la modulazione DSB} \\ N_U &= N_0 B \quad \text{per la modulazione SSB.} \end{aligned}$$

Pertanto in entrambi i casi è

$$\frac{S_U}{N_U} = \frac{P_m}{2N_0 B}.$$

- (d) In presenza di errore di fase ($\theta \neq 0$) ed in assenza di rumore, per la modulazione DSB è

$$x(t) - m(t) = m(t)[\cos \theta - 1]$$

e quindi

$$\epsilon_{DSB}^2 = (1 - \cos \theta)^2.$$

Per la modulazione SSB è invece

$$x(t) - \frac{1}{\sqrt{2}}m(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}m(t)(\cos \theta - 1) + \frac{1}{\sqrt{2}}\tilde{m}(t) \sin \theta.$$

Essendo $E\{m(t)\tilde{m}(t)\} = R_{\tilde{m}m}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} W_{\tilde{m}m}(f) df = \int_{-\infty}^{\infty} W_m(f) H_{HIL}(f) df$ dove $W_m(f)$ è la densità spettrale di potenza del processo $m(t)$ e $H_{HIL}(f) = -j \operatorname{segn}(f)$ è la risposta in frequenza del filtro di Hilbert, si ha

$$E\{m(t)\tilde{m}(t)\} = 0$$

dal momento che, essendo $W_m(f)$ una funzione pari mentre $H_{HIL}(f)$ è dispari, il risultato dell'integrale è nullo. Pertanto

$$\epsilon_{SSB}^2 = [\cos \theta - 1]^2 + \sin^2 \theta.$$

L'errore quadratico medio è mostrato in Fig. 2. Si vede chiaramente come la modulazione SSB sia più sensibile agli errori di fase.

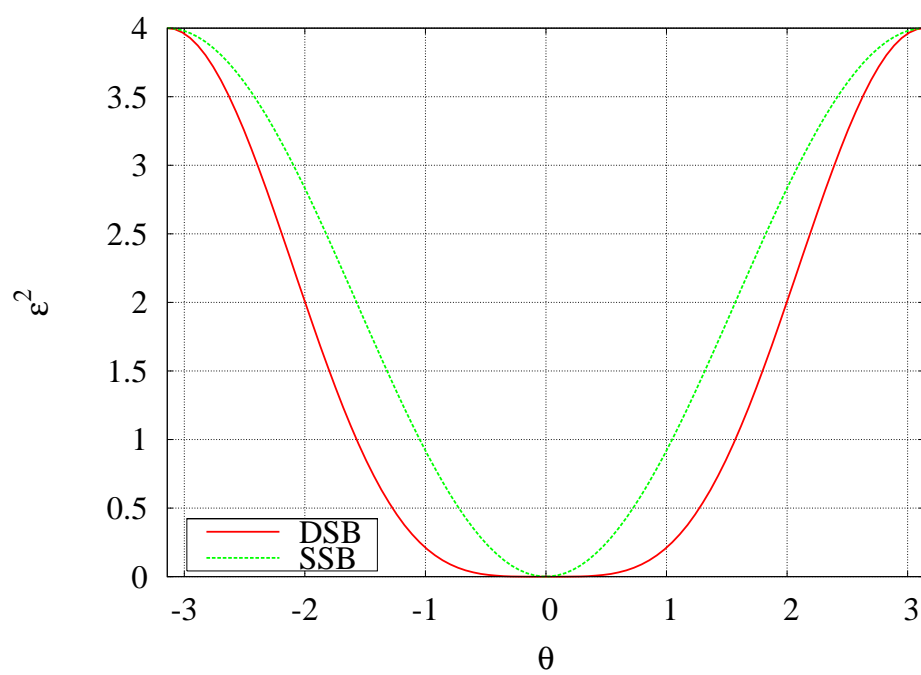


Figura 2: