

# COMUNICAZIONI ELETTRICHE A

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica, Informatica e delle Telecomunicazioni

Prova intermedia del 24/11/2008

Tempo a disposizione: 2 ore

1. Un processo stocastico  $n(t)$  stazionario e a media nulla ha densità spettrale di potenza  $S_n(f)$  mostrata in Fig. 1.

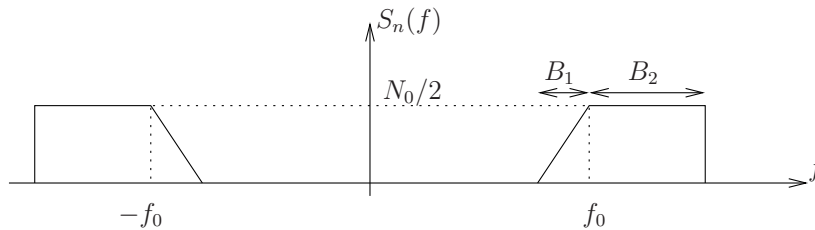


Figura 1:

- (a) Si calcoli la densità spettrale di potenza delle componenti in fase  $n_c(t)$  e quadratura  $n_s(t)$  di  $n(t)$  rispetto alla frequenza  $f_0$ .
- (b) Si dica se  $n_c(t)$  e  $n_s(t)$  sono incorrelati.
2. In un sistema di comunicazione analogico si trasmette un segnale  $m(t)$  di potenza media  $P_m = 0.5 \text{ V}^2$  e banda  $B = 4 \text{ kHz}$  utilizzando la modulazione VSB. Il segnale modulato è ottenuto filtrando il segnale  $m(t) \cos 2\pi f_0 t$  con un filtro la cui risposta in frequenza  $H(f)$  è mostrata in Fig. 2, con  $B_v = 1 \text{ kHz}$ . Il canale introduce rumore additivo bianco con densità spettrale di

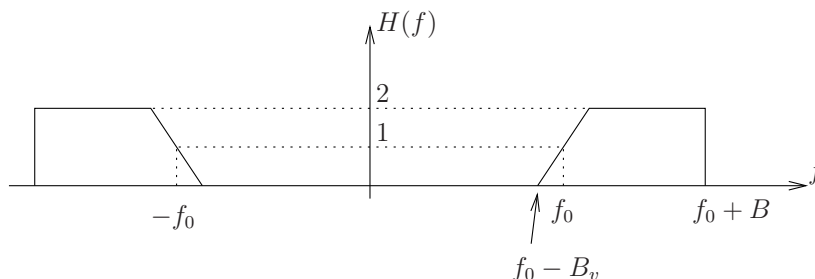


Figura 2:

potenza  $N_0/2$ , con  $N_0 = 10^{-7} \text{ V}^2/\text{Hz}$ .

- (a) Si dimostri che la componente in fase del segnale trasmesso è  $m(t)$ .
- (b) Si indichi un possibile schema di demodulatore progettando il filtro di front end e quello di post-rivelazione in modo da massimizzare i rapporti segnale-rumore all'ingresso e all'uscita del demodulatore.
- (c) Si calcoli il rapporto segnale-rumore all'uscita del demodulatore.

**Risultati e soluzione:** <http://www.tlc.unipr.it/people/colavolpe>  
oppure  
<http://www.tlc.unipr.it/people/serena>

**Soluzione:**

1. Come è noto è

$$\begin{aligned} S_{n_i}(f) &= S_{n_q}(f) = \tilde{S}_n(f) + \tilde{S}_n(-f) \\ jS_{n_{in_q}}(f) &= \tilde{S}_n(f) - \tilde{S}_n(-f) \end{aligned}$$

dove  $\tilde{S}_n(f) = S_n(f + f_0)u(f + f_0)$  ed è mostrato in Fig. 3(a).

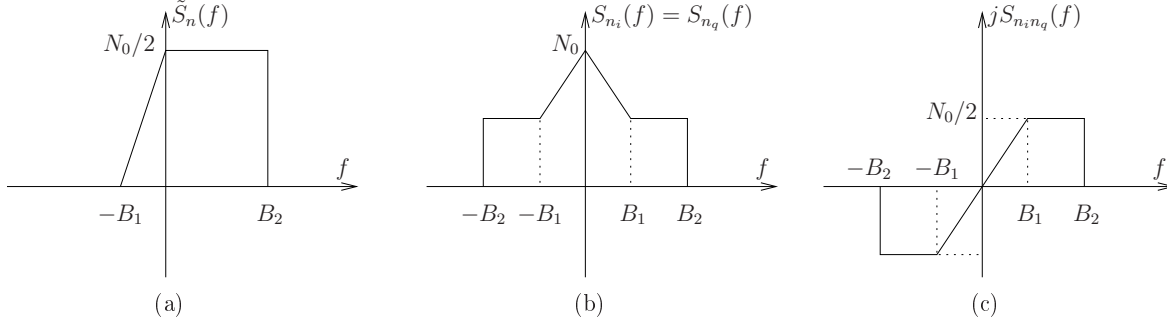


Figura 3:

- (a) La densità spettrale di potenza della componente in fase (che è uguale a quella della componente in quadratura) è mostrata in Fig. 3(b).  
(b) Poiché  $S_{n_{in_q}}(f) \neq 0$  (mostrata in Fig. 3(c)), le componenti in fase e quadratura sono correlate.
2. Indicando con  $x(t)$  il segnale trasmesso (e cioè l'uscita del filtro  $H(f)$ ), il suo equivalente passabasso può essere espresso in termini dell'equivalente passabasso del segnale  $m(t) \cos 2\pi f_0 t$  (e cioè  $\frac{1}{2}m(t)$ ) e dell'equivalente passabasso  $\tilde{h}(t)$  della risposta impulsiva  $h(t)$  del filtro  $H(f)$ :

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) &= \frac{1}{2}m(t) \otimes \tilde{h}(t) = \frac{1}{2}m(t) \otimes \frac{1}{2}[h_i(t) + jh_q(t)] \\ &= \frac{1}{4}m(t) \otimes h_i(t) + j\frac{1}{4}m(t) \otimes h_q(t). \end{aligned}$$

Essendo  $\tilde{x}(t) = \frac{1}{2}(x_i(t) + jx_q(t))$  si ha:

$$\begin{aligned} x_i(t) &= m(t) \otimes \frac{1}{2}h_i(t) \\ x_q(t) &= m(t) \otimes \frac{1}{2}h_q(t). \end{aligned}$$

- (a) Essendo  $\tilde{H}(f) = H(f + f_0)u(f + f_0)$  (mostrato in Fig. 4(a)), possiamo calcolare facilmente  $H_i(f)$  e  $H_q(f)$  (mostrate rispettivamente in Fig. 4(b) e (c)) come

$$\begin{aligned} H_i(f) &= \mathcal{F}\{2\text{Re}(\tilde{h}(t))\} = \tilde{H}(f) + \tilde{H}^*(-f) \\ jH_q(f) &= \mathcal{F}\{2\text{Im}(\tilde{h}(t))\} = \tilde{H}(f) - \tilde{H}^*(-f). \end{aligned}$$

Osservando Fig. 4 si vede come sia

$$x_i(t) = m(t).$$

- (b) Il ricevitore è mostrato in Fig. 5. Il filtro  $H_1(f)$  è un filtro passa banda ideale tra le frequenze  $f_0 - B_v$  e  $f_0 + B$ . Tale filtro lascia passare inalterato il segnale ed elimina il rumore al di fuori della banda del segnale. Il rumore  $n(t)$  risultante dal filtraggio avrà la densità spettrale di potenza  $S_n(f)$  mostrata in Fig. 6. Il ricevitore estrae poi la componente in fase di segnale e rumore. All'uscita del ricevitore si ha quindi il segnale  $m(t) + n_c(t)$ . Il filtro  $H_2(f)$  è pertanto un filtro passa basso di banda  $B$ .

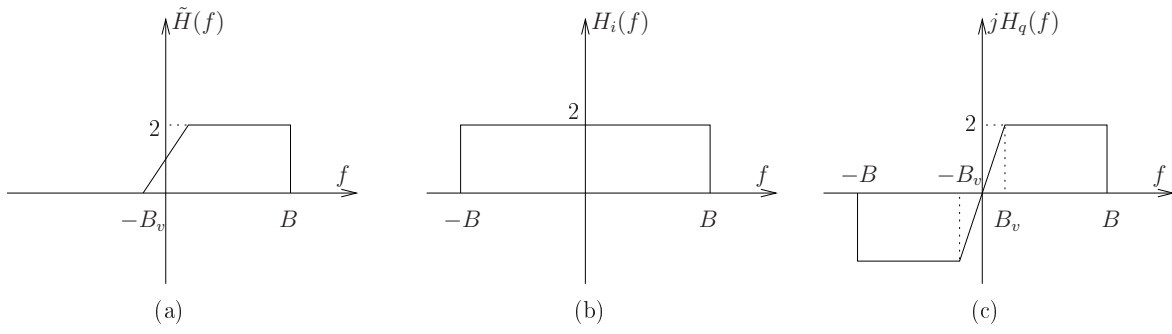


Figura 4:

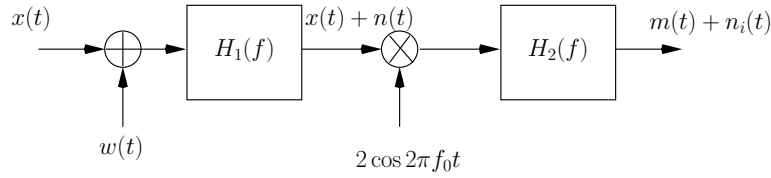


Figura 5:

(c) La densità spettrale di potenza di  $n_i(t)$  si calcola come

$$S_{n_i}(f) = \frac{\tilde{S}_n(f) + \tilde{S}_n(-f)}{2}$$

dove  $\tilde{S}_n(f) = 2S_n(f + f_0)u(f + f_0)$ .  $\tilde{S}_n(f)$  e  $S_{n_i}(f)$  sono mostrate in Fig. 7(a) e (b) rispettivamente. Il rapporto segnale-rumore all'uscita del demodulatore è quindi

$$\begin{aligned} S_u &= P_m \\ N_u &= N_0 B + N_0 B_v \\ \frac{S_u}{N_u} &= \frac{P_m}{N_0 B + N_0 B_v} = 1000 \text{ (30 dB)}. \end{aligned}$$

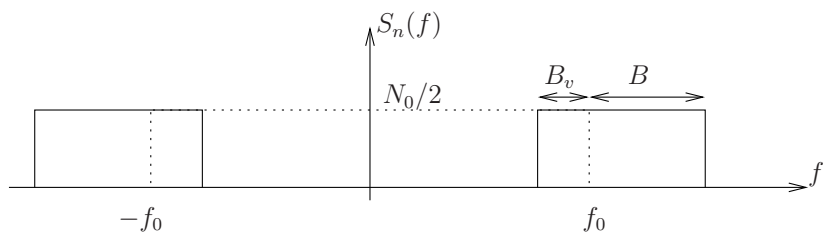


Figura 6:

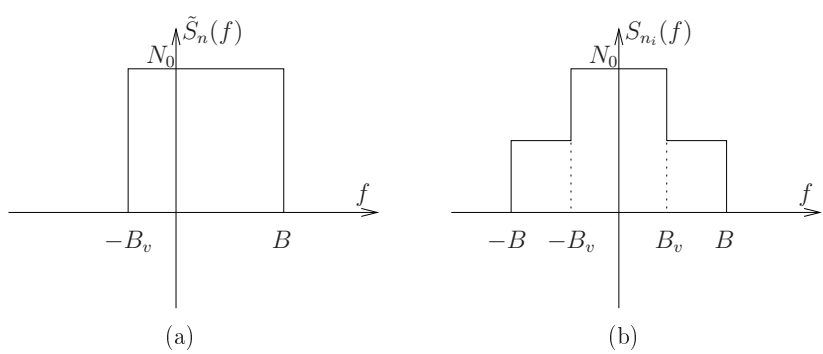


Figura 7: