

COMUNICAZIONI ELETTRICHE A

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica, Informatica e delle Telecomunicazioni

Prova del 17/6/2009

Tempo a disposizione: 3 ore

1. Si vuole trasmettere un segnale $x_1(t)$ ed un segnale $x_2(t)$, entrambi di banda 100 kHz, attraverso un canale passabanda di banda $B_0 = 3$ MHz e centrato in $f_0 = 10$ MHz. Tali segnali vengono trasmessi nel seguente modo: $x_1(t)$ viene modulato PM con frequenza centrale $f_1 = 9.3$ MHz, coefficiente di modulazione ϕ_Δ ; il segnale $x_2(t)$ viene modulato FM con frequenza centrale $f_1 = 10.4$ MHz, deviazione di frequenza f_Δ . Si chiede di:
 - (a) calcolare il valore di ϕ_Δ e f_Δ tale per cui si ha il miglior utilizzo della banda disponibile compatibilmente con le specifiche;
 - (b) progettare un ricevitore per $x_1(t)$ e $x_2(t)$ e dimostrare, dettagliandone i passaggi, l'espressione del rapporto segnale rumore di uscita.
2. Sia dato un segnale PAM $x(t) = \sum_k a_k p(t - kT)$ con $a_k = \{\pm 1\}$ simboli indipendenti ed equiprobabili, ed impulso di supporto $p(t) = 2\text{sinc}(2t/T)$. Tale segnale viene filtrato da un filtro $H(f)$, quindi campionato, ed infine deciso usando una soglia di decisione pari a 0. Definendo $R = 1/T$, il filtro $H(f)$ risulta essere:

$$H(f) = \begin{cases} 1 - \frac{|f|}{R} & |f| < R \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- (a) determinare l'espressione nel dominio di Fourier dell'impulso di supporto all'uscita del filtro;
- (b) calcolare la potenza media del segnale all'uscita del filtro;
- (c) calcolare la probabilità di errore del simbolo deciso in presenza di rumore AWGN all'ingresso del sistema.

Risultati e soluzione: <http://www.tlc.unipr.it/people/colavolpe>
oppure

<http://www.tlc.unipr.it/people/serena>

1. Soluzione:

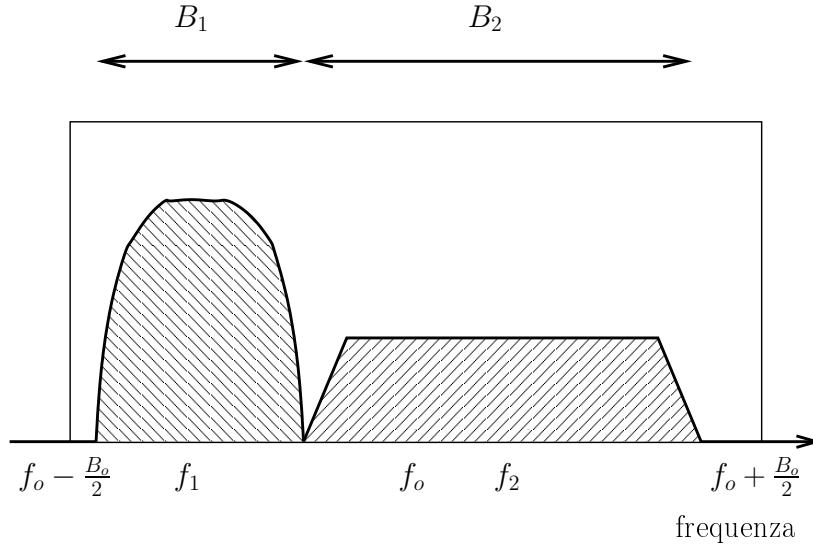


Figura 1: Spettri dei segnali.

- (a) Occorre verificare che i segnali PM e FM i) siano dentro la banda del canale e ii) non si sovrappongano spettralmente, come si deduce dalla figura. La banda del segnale PM è $B_1 = 2(\phi_\Delta + 1)B$, mentre la banda del segnale FM è $B_2 = 2(D + 1)B$, con $D = f_\Delta/B$ e $B = 100$ kHz. Occorrono verificate le seguenti:

$$\begin{aligned} f_1 - (\phi_\Delta + 1)B &\geq f_o - \frac{B_o}{2} \\ f_2 + (D + 1)B &\leq f_o + \frac{B_o}{2} \\ f_2 - (D + 1)B &\geq f_1 + (\phi_\Delta + 1)B \end{aligned}$$

Dalle prime due equazioni si ottiene, nel caso migliore, $\phi_\Delta = 7$ rad e $D = 10$. Non potendo essere $\phi_\Delta > \pi$ si sceglie $\phi_\Delta = \pi$. Tale valore soddisfa l'ultima equazione con $D = 5.86$, che è in accordo con la seconda. La miglior utilizzazione della banda per entrambi i canali prevede $\phi_\Delta = \pi$ rad e $f_\Delta = 586$ kHz. In particolare si nota come le specifiche non permettano di sfruttare appieno la banda del canale.

- (b) Domanda di teoria.

2. Soluzione:

- (a) Dopo il filtro di ricezione si ha un segnale PAM $y(t) = \sum_k a_k q(t - kT)$ dove $q(t)$ ha trasformata di Fourier:

$$Q(f) = P(f)H(f)$$

L'impulso trasmesso ha trasformata di Fourier

$$p(t) = 2\text{sinc}\left(2\frac{t}{T}\right) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} P(f) = T\text{rect}\left(\frac{f}{2R}\right).$$

quindi risulta una costante pari a T nella banda del filtro. Di conseguenza è:

$$Q(f) = TH(f)$$

- (b) La densità spettrale di potenza di $y(t)$ ha espressione

$$W_y(f) = \frac{W_a(f)}{T} |Q(f)|^2 = TW_a(f) |H(f)|^2$$

dove

$$W_a(f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_a(m) e^{-j2\pi m f T}$$

e

$$R_a(m) = E\{a_{k+m}a_k\}.$$

Essendo i simboli a media nulla ed indipendenti:

$$R_a(m) = \delta(m)$$

per cui $W_a(f) = 1$ e:

$$W_y(f) = T |H(f)|^2.$$

La potenza media di $y(t)$ è pertanto:

$$\begin{aligned}\langle P \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} W_y(f) df = 2 \int_0^{\infty} W_y(f) df \\ &= 2T \int_0^R \left| 1 - \frac{f}{R} \right|^2 df \\ &= 2 \int_0^1 x^2 dx = \frac{2}{3}\end{aligned}$$

(c) L'impulso $q(t)$ è di Nyquist in quanto

$$\sum_k Q(f - kR) = T$$

per cui nel tempo vale

$$q(kT) = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}$$

Il segnale campionato vale:

$$y(kT) = a_k + n_k$$

dove n_k è un rumore gaussiano a media nulla e varianza

$$\sigma^2 = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df = \frac{N_0}{2} \langle P \rangle R = \frac{N_0 R}{3}$$

La probabilità di errore è:

$$\begin{aligned}P_e &= \Pr\{a_k + n_k < 0 | a_k = 1\} \Pr\{a_k = 1\} + \\ &\quad \Pr\{a_k + n_k > 0 | a_k = -1\} \Pr\{a_k = -1\} \\ &= Q\left(\sqrt{\frac{3}{N_0 R}}\right).\end{aligned}$$