

COMUNICAZIONI ELETTRICHE A

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica, Informatica e delle Telecomunicazioni

Prova del 18/06/2008

Tempo a disposizione: 3 ore

1. Si vuole trasmettere un segnale $x_2(t)$ di banda $W = 10$ kHz tramite modulazione FM. Il segnale modulato, $X_{c2}(f)$, può essere posizionato nello spazio compreso tra gli spettri $X_{c1}(f)$ e $X_{c3}(f)$. $X_{c1}(f)$ e $X_{c3}(f)$ sono due segnali modulati USSB con frequenza di portante pari a $f_{c1} = 100$ kHz e $f_{c3} = 200$ kHz, rispettivamente. Fig. 1 descrive lo spettro in frequenza.

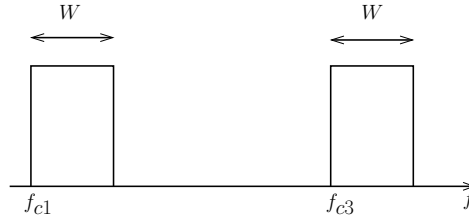


Figura 1: Spettro di $X_{c1}(f)$ e $X_{c2}(f)$.

- (a) Calcolare la massima deviazione di frequenza di $X_{c2}(f)$ e la corrispondente frequenza centrale;
 - (b) Nell'ipotesi che i) $x_2(t) = 2\cos 2\pi \frac{W}{2}t + \cos 2\pi Wt$, ii) il ricevitore di $X_{c2}(f)$ presenta un rapporto segnale rumore di 20 dB, si calcoli la potenza del segnale all'ingresso del ricevitore di $X_{c2}(f)$ supponendo che il segnale FM occupi la massima banda possibile e che il rumore ricevuto, supposto bianco e a media nulla, abbia densità spettrale di potenza bilaterale $N_0/2$ con $N_0 = 10^{-3} \text{ V}^2$;
 - (c) calcolare l'espressione temporale del segnale ricevuto dai demodulatori SSB nel caso in cui l'oscillatore locale del ricevitore SSB sincrono presenti un errore di -90° e che $x_1(t) = x_3(t) = 2W \text{sinc}(2Wt)$.
2. Si consideri il ricevitore PAM di figura:

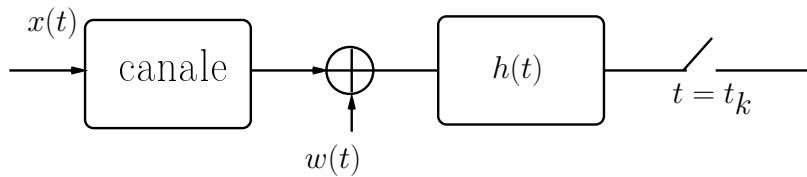


Figura 2: Sistema digitale.

dove $x(t) = \sum_k a_k p(t - kT)$ è un segnale PAM M -ario con impulsi $p(t) = \text{sinc}(t/T)$ e simboli $a_k \in \{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M-1)\}$ indipendenti ed equiprobabili; $w(t)$ è un rumore AWGN a media nulla con densità spettrale di potenza bilaterale $N_0/2$. Il filtro di ricezione è $h(t) = \frac{1}{2T} \text{sinc}(\frac{t-T}{T})$. Il canale è passabasso ideale di banda B . I simboli a_k sono la codifica Gray M -aria di bit generati con velocità R Mbit/s.

- (a) determinare il minimo valore di M affinché il canale non introduca interferenza intersimbolica;
- (b) determinare l'istante di campionamento t_k ottimo per estrarre i simboli e l'espressione della variabile campionata;
- (c) Calcolare la probabilità di errore sul bit.

1. Soluzione parte analogica

(a) La banda a disposizione è:

$$B = f_{c3} - f_{c1} - W = 90 \text{ kHz}$$

Al massimo tale regione frequenziale può essere occupata da un segnale FM avente banda:

$$B = 2(D + 2)W \quad (1)$$

da cui si deduce:

$$D = \frac{B}{2W} - 2 = 2.5$$

Essendo $D > 2$ l'utilizzo della formula di Carson in (1) è corretto. La frequenza centrale sarà pari a

$$f_{c2} = f_{c3} - \frac{B}{2} = f_{c1} + \frac{B}{2} + W = 155 \text{ kHz}$$

(b) Il rapporto segnale rumore di un segnale FM è il seguente:

$$SNR = 3D^2 S_x \frac{S_R}{N_o W}$$

dove

$$S_x = \langle x_2^2(t) \rangle = \frac{5}{2} \text{ V}^2$$

da cui, essendo $SNR = 100$ (in scala lineare), si deduce:

$$S_R = \frac{N_o W \cdot SNR}{3D^2 S_x} = 21.3 \text{ V}^2$$

(c) Un segnale USSB presenta la seguente espressione:

$$x_{SSB}(t) = \frac{A_c}{2} [x(t) \cos \omega_c t - \hat{x}(t) \sin \omega_c t]$$

Se il ricevitore sincrono presenta un errore di fase di -90° , viene estratta la parte in quadratura, ovvero $\hat{x}(t)$. Il calcolo di tale componente si svolge bene in frequenza:

$$\begin{aligned} X_q(f) &= \mathcal{F}\{\hat{x}(t)\} = -j \text{sgn}(f) X(f) = -j \text{sgn}(f) \Pi\left(\frac{f}{2W}\right) \\ &= -j \Pi\left(\frac{f - \frac{W}{2}}{W}\right) + j \Pi\left(\frac{f + \frac{W}{2}}{W}\right) \end{aligned}$$

quindi nel tempo:

$$\begin{aligned} x_q(t) &= -jW \text{sinc}(Wt) e^{j\pi t W} + jW \text{sinc}(Wt) e^{-j\pi t W} \\ &= -jW \text{sinc}(Wt) 2j \sin(\pi Wt) \\ &= 2\pi W^2 t \cdot \text{sinc}^2(Wt) \end{aligned}$$

2. Soluzione parte digitale

(a) Il symbol rate r è legato al bit rate R da $r = R / \log_2 M$. Essendo gli impulsi di Nyquist, deve valere la seguente:

$$r \leq 2B$$

che impone $\log_2 M \geq \frac{R}{2B}$, quindi $\min(M) = \lceil 2^{R/(2B)} \rceil$.

- (b) Essendo il filtro $h(t)$ con la stessa banda di $p(t)$, il segnale $x(t)$ passa indistorto attraverso il filtro, ma ritardato di T secondi e attenuato. Risulta:

$$p(t) \otimes h(t) = \frac{1}{2} \text{sinc} \left(\frac{t-T}{T} \right)$$

con $T = 1/r$ intervallo di segnalazione. Di conseguenza il filtro ha effetto sostanziale solo sul rumore. L'istante di campionamento ottimo è $t_k = (k+1)T$ mentre la variabile campionata è $y_k = \frac{1}{2}a_k + n_k$, con n_k rumore gaussiano a media nulla.

- (c) Il ricevitore è un ricevitore adattato, per cui valgono le formule viste a lezione. In particolare risulta:

$$P_{es} = 2 \frac{M-1}{M} Q \left(\frac{6 \log_2 M}{M^2-1} \frac{E_b}{N_0} \right)$$

La probabilità di errore sul bit è $P_{eb} \cong P_{es} / \log_2 M$ con codifica dei simboli Gray.