

## COMUNICAZIONI ELETTRICHE A

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica, Informatica e delle Telecomunicazioni

Prova del 10/09/2008

Tempo a disposizione: 3 ore

1. Si consideri lo schema di Fig. 1:

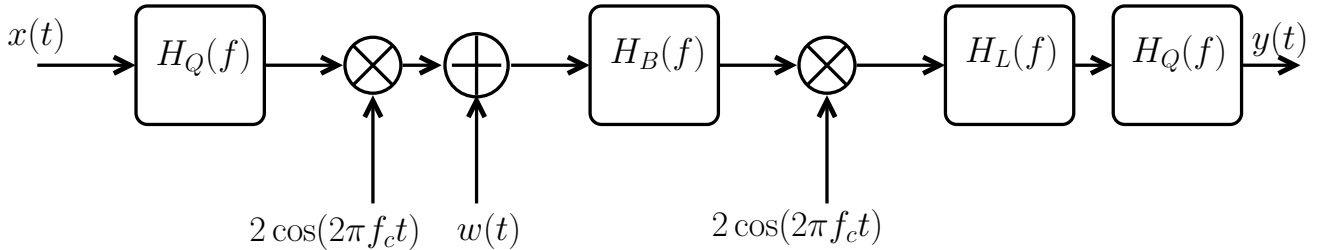


Figura 1: Sistema analogico.

dove  $x(t)$  è un segnale passabasso di banda  $B$ ,  $H_Q(f)$  è un filtro di Hilbert,  $w(t)$  un rumore additivo a media nulla e densità spettrale di potenza bilatera  $N_0/2$ , con  $N_0 = 10^{-5} \text{ V}^2/\text{Hz}$ .  $H_B(f)$  è un filtro passa banda ideale di banda  $B$  e centrato a  $f_c - B/2$ .  $H_L(f)$  è un filtro passa basso ideale di banda  $B$ .

- (a) calcolare, ad esempio per via grafica,  $y(t)$  in assenza del rumore  $w(t)$ , mostrando lo spettro del segnale in ogni punto della linea.
  - (b) calcolare il rapporto segnale-rumore in uscita supponendo  $x(t)$  di potenza  $S_x = 1 \text{ V}^2$ .
2. E' dato un ricevitore PAM in banda base che riceve il segnale  $x(t) = \sum_k a_k p(t - kT)$  con  $a_k = \{0, 1\}$  indipendenti, e  $p(t) = \Pi\left(\frac{t}{dT}\right)$ .  $0 < d < 1$  è il duty cycle dell'impulso. Il filtro di ricezione non è ottimo ma pari a  $h(t) = \Pi\left(\frac{t}{T_0}\right)$ , dove  $T_0 = 1.2T$ . Tale ricevitore è affetto da un rumore AWGN con densità spettrale bilatera  $N_0/2$ .
- (a) calcolare la densità spettrale di potenza di  $x(t)$ ;
  - (b) calcolare il massimo valore di  $d$  che garantisce assenza di ISI al campionario.
  - (c) calcolare la probabilità di errore con  $d = 0.1$  e  $d = 0.9$  e soglia di decisione  $dT/2$ .

### 3. Soluzione 1

- (a) Soluzione grafica. Si ottiene  $y(t) = -x(t)$ .
- (b) Dopo il primo mixer si ha un ricevitore sincrono L-SSB con in cascata un filtro di Hilbert. Quindi prima del filtro di Hilbert finale il rapporto SNR risulta quello di pre-rivelazione di un sistema in banda-passante.

Indicando con  $\hat{x}(t)$  la trasformata di Hilbert di  $x(t)$ , il segnale in ingresso al filtro  $H_B$  è:

$$x_c(t) = 2\hat{x}(t) \cos(2\pi f_c t)$$

Il filtro  $H_B$  sagoma il segnale al suo ingresso in L-SSB, fornendo alla sua uscita:

$$x_B(t) = \hat{x}(t) \cos(2\pi f_c t) - x(t) \cos(2\pi f_c t)$$

aggiungendo anche il rumore si ha:

$$x_B(t) = (\hat{x}(t) + n_i(t)) \cos(2\pi f_c t) - (x(t) + n_q(t)) \cos(2\pi f_c t)$$

con  $n_{i,q}$  parte in fase/quadratura del rumore passabanda. All'uscita del filtro  $H_L$  si ha:

$$y_1(t) = \hat{x}(t) + n_i(t)$$

Si ha  $S_R = S_x = 1 \text{ V}^2$ ,  $N_R = N_0 B = 10^{-1} \text{ V}^2$ , per cui  $SNR = S_R/N_R = 10 \text{ dB}$ . Il filtro di Hilbert finale lascia inalterato tale rapporto segnale rumore in quanto  $|H_Q(f)|^2 = 1$ .

### 4. Soluzione 2

- (a) Per  $d < 1$  la densità spettrale di potenza di  $x(t)$  è quella di un segnale RZ.
- (b) dopo il filtro di ricezione il segnale PAM ha impulso di supporto  $g(t) = p(t) \otimes h(t)$  di larghezza  $(1.2 + d)T$ . Occorre imporre:

$$\frac{(1.2 + d)}{2} T < T$$

in modo che l'impulso non copra due istanti di campionamento consecutivi. Risulta  $d < 0.8$ . Si veda la Fig. 2

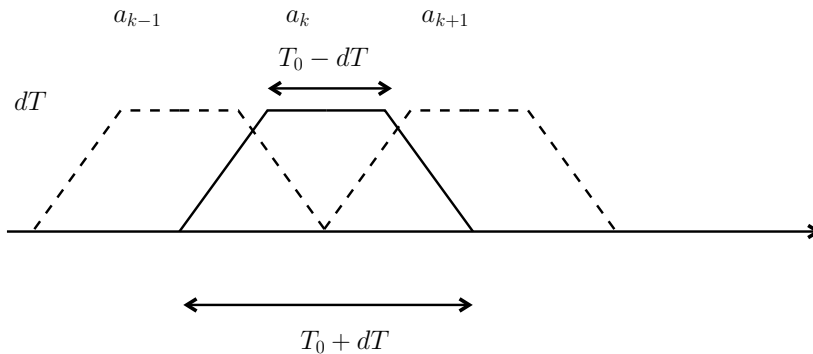


Figura 2: Segnale PAM dopo il filtro.

- (c) Il segnale campionato con  $d = 0.1$  è

$$y_k = a_k g(0) + n_k$$

dove  $g(0) = dT$ .  $n_k$  è un rumore a media nulla e potenza:

$$\sigma^2 = \frac{N_0}{2} \int h^2(t) dt = \frac{N_0}{2} T_0^2$$

Siccome non si ha ISI la BER con soglia di decisione ottima risulta:

$$BER = Q\left(\frac{dT}{2\sigma}\right)$$

Con  $d = 0.9$  si ha ISI e:

$$y_k = a_k g(0) + a_{k+1} g(T) + a_{k-1} g(T) + n_k$$

per cui:

$$BER = \frac{1}{8} \left( 2Q\left(\frac{dT}{2}\right) + 4Q\left(\frac{\frac{dT}{2} - g(T)}{\sigma}\right) + Q\left(\frac{\frac{dT}{2} - 2g(T)}{\sigma}\right) \right)$$