

COMUNICAZIONI ELETTRICHE A

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica, Informatica e delle Telecomunicazioni

Prova del 16/01/2008

Tempo a disposizione: 2 ore

1. Si consideri il sistema analogico di figura (sinistra):

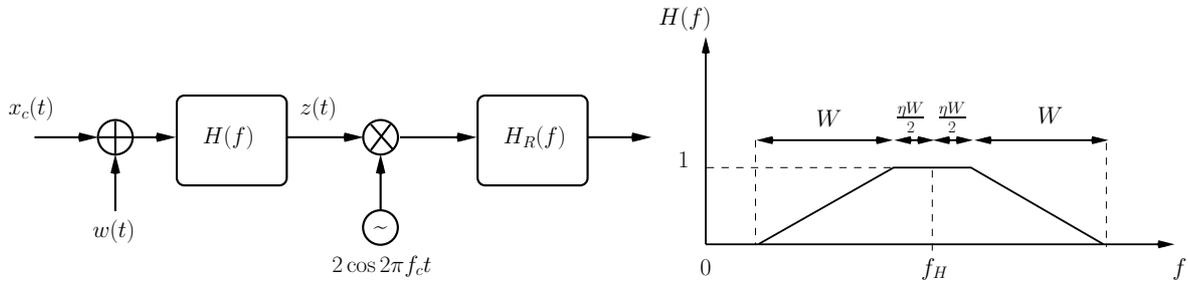


Figura 1:

dove $x_c(t) = A_c (1 + \mu x(t)) \cos 2\pi f_c t$ è la modulazione AM del segnale $x(t) = \cos 2\pi W t$. Il filtro $H(f)$ è a simmetria hermitiana e per $f > 0$ assume la forma riportata in figura (destra). Tale filtro è centrato rispetto la frequenza $f_H = f_c - \zeta W$, e presenta valore 1 per $f_H - \frac{\eta W}{2} < f < f_H + \frac{\eta W}{2}$ (vedi figura). $w(t)$ è un rumore additivo bianco avente densità spettrale di potenza bilatera $N_0/2$. $H_R(f)$ è un filtro passabasso ideale di banda $4W$. In tale filtro è inglobato un DC-block.

- (a) determinare parte in fase/quadratura ed inviluppo del segnale $z(t)$ nel caso in cui $\zeta = 0$ e $\eta = 1$;
- (b) Determinare il rapporto segnale rumore all'uscita del sistema con $\zeta = 0$ e $\eta = 1$;
- (c) determinare parte in fase/quadratura nel caso in cui $\zeta = 1$, $\eta = 1$.

2. Soluzione

(a) In assenza di rumore l'equivalente passabasso di $x_c(t)$ è per definizione:

$$x_{lp}(t) = \frac{A_c}{2} (1 + \mu x(t)) = \frac{A_c}{2} (1 + \mu \cos 2\pi Wt)$$

che in frequenza si scrive come:

$$X_{lp}(f) = \frac{A_c}{2} \left(\delta(f) + \frac{\mu}{2} \delta(f - W) + \frac{\mu}{2} \delta(f + W) \right)$$

L'equivalente passabasso di $H(f)$ è $H_{lp}(f) = H(f + f_c)U(f + f_c)$. Dopo il filtro $H(f)$ si ha:

$$\begin{aligned} Z_{lp}(f) &= X_{lp}(f)H_{lp}(f) = \\ &= \frac{A_c}{2} \left(\delta(f) + \frac{\mu\eta}{4} \delta(f + W) + \frac{\mu\eta}{4} \delta(f - W) \right) \end{aligned}$$

quindi nel tempo:

$$z_{lp}(t) = \frac{A_c}{2} \left(1 + \frac{\mu\eta}{4} e^{-j2\pi Wt} + \frac{\mu\eta}{4} e^{j2\pi Wt} \right) = \frac{A_c}{2} \left(1 + \mu \frac{\eta}{2} \cos 2\pi Wt \right)$$

per cui la parte in fase è $z_i(t) = A_c \left(1 + \mu \frac{\eta}{2} \cos 2\pi Wt \right)$, la parte in quadratura è $z_q(t) = 0$, mentre l'involuppo risulta $A(t) = \sqrt{z_i^2(t) + z_q^2(t)} = z_i(t)$. Considerando anche il rumore occorre sommare la parte in fase/quadratura del rumore alle parti in fase/quadratura del segnale. Tali componenti aggiuntive sono $n_{i,q}(t)$ dove $n(t) = \int w(\alpha)h(t - \alpha)d\alpha = n_i(t) \cos \omega_c t - n_q(t) \sin \omega_c t$. $n_{i,q}(t)$ sono processi a media nulla con densità spettrale di potenza identica (vedi punto b)).

(b) Dopo $H_R(f)$ la parte di segnale utile risulta:

$$y(t) = A_c \frac{\eta\mu}{2} \cos 2\pi Wt$$

di potenza $S_R = \frac{A_c^2}{8} \eta^2 \mu^2$. Il ricevitore estrae anche la parte in fase del rumore che presenta densità spettrale di potenza:

$$G_{ni}(f) = \frac{1}{2} [1 + \text{sgn}(f + f_c)] G_n(f + f_c) + \frac{1}{2} [1 - \text{sgn}(f - f_c)] G_n(f - f_c)$$

dove $G_n(f) = \frac{N_0}{2} |H(f)|^2$. Per simmetria rispetto f_c risulta:

$$\begin{aligned} N_W &= \int G_{ni}(f) df = N_0 \int |H_{lp}(f)|^2 df \\ &= N_0 \left(\int_{-W(\frac{\eta}{2}+1)}^{-W\frac{\eta}{2}} \left(\frac{f}{W} + \frac{\eta}{2} + 1 \right)^2 df + \eta W + \int_{\frac{\eta}{2}W}^{(\frac{\eta}{2}+1)W} \left(-\frac{f}{W} + \frac{\eta}{2} + 1 \right)^2 df \right) \\ &= N_0 W \left(2 \int_0^1 y^2 dy + \eta W \right) = \left(\frac{2}{3} + \eta \right) N_0 W \end{aligned}$$

Si noti che il filtro $H_R(f)$ non impatta le prestazioni, ma serve solo ad eliminare la frequenza doppia. Il rapporto segnale rumore è S_R/N_R :

$$\frac{S_R}{N_R} = \frac{A_c^2 \eta^2 \mu^2}{8 \left(\frac{2}{3} + \eta \right) N_0 W}$$

(c) Con $\eta = 1$ e $\zeta \neq 0$ si ha la seguente:

$$\begin{aligned} Z_{lp}(f) &= X_{lp}(f)H(f + f_c)U(f + f_c) = \\ &= \frac{A_c}{2} \left(\delta(f) + \frac{\mu(1+\zeta)}{2} \delta(f + W) + \frac{\mu(1-\zeta)}{2} \delta(f - W) \right) \end{aligned}$$

per cui risulta $z_{lp}(t) = \frac{A_c}{2} (1 + \mu \cos 2\pi Wt + j\mu\zeta \sin 2\pi Wt)$ e quindi $z_i(t) = A_c (1 + \mu \cos 2\pi Wt)$ e $z_q(t) = A_c \mu \zeta \sin 2\pi Wt$.