

COMUNICAZIONI ELETTRICHE A

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Ingegneria delle Telecomunicazioni

Prova intermedia del 13/11/2004

1. Un processo di rumore $n(t)$ ha densità spettrale di potenza $W_n(f) = M(f - f_0) + M(f + f_0)$ con

$$M(f) = \begin{cases} \frac{N_0}{4} [1 + \cos(\pi f/B)] & \text{per } |f| \leq B \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Si determinino (e se ne disegnino i corrispondenti grafici) le densità spettrali di potenza delle componenti in fase e quadratura rispetto alla frequenza f_0 e si dica se sono incorrelate.

2. Un segnale periodico $x(t)$, con periodo $T = 1/f_m$ ($f_m = 2$ kHz) può essere espresso in serie di Fourier come

$$x(t) = \frac{1}{10} \sum_{\substack{k=-5 \\ k \neq 0}}^5 e^{j2\pi k f_m t}.$$

Si determini la potenza media trasmessa e la banda occupata nell'ipotesi di modulare una portante $p(t) = A_0 \cos 2\pi f_0 t$ (con $A_0 = 10$ V e $f_0 = 10$ MHz) rispettivamente:

- (a) in ampiezza a banda laterale doppia con portante soppressa (DSB);
- (b) in ampiezza a banda laterale vestigiale (VSB), nell'ipotesi di utilizzare un filtro vestigiale con risposta in frequenza $H(f)$ mostrata in Fig. 1(a), con $B_v = 4$ kHz;
- (c) in frequenza con $f_\Delta = 100$ kHz.

Nei vari casi, si scriva l'espressione del segnale modulato.

3. Il segnale $x(t)$ di banda $B = 4$ kHz e potenza media $P_x = 1/2$ V², il cui spettro è mostrato in Fig. 1(b), viene utilizzato per modulare in fase a banda stretta (con $\phi_\Delta = 1/\sqrt{10}$ rad.) la portante $p(t) = A_0 \cos 2\pi f_0 t$ (con $A_0 = 10$ V). Il segnale modulato viene trasmesso su un canale caratterizzato da un'attenuazione di 3 dB e che introduce rumore additivo con densità spettrale di potenza $N_0/2$, con $N_0 = \frac{1}{3200}$ V²/Hz.

- (a) Si disegni lo spettro del segnale modulato.
- (b) Si dica come realizzare il demodulatore e se ne calcoli il rapporto segnale-rumore in ingresso ed in uscita (in dB).

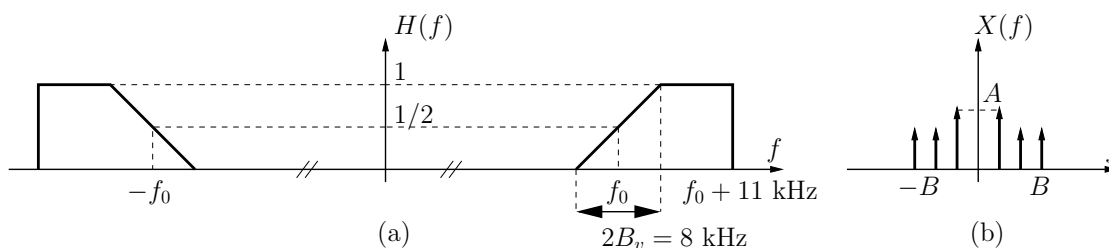


Figura 1:

Risultati e soluzione: <http://www.tlc.unipr.it/people/colavolpe>

Soluzione:

1. È

$$W_{n_cn_c}(f) = W_{n_sn_s}(f) = \frac{\tilde{W}_n(f) + \tilde{W}_n(-f)}{2}$$

dove

$$\tilde{W}_n(f) = 2W_n(f + f_0)u(f + f_0) = 2M(f).$$

Essendo $M(f)$ a simmetria pari è

$$W_{n_cn_c}(f) = W_{n_sn_s}(f) = 2M(f)$$

mentre

$$W_{n_sn_c}(f) = \frac{\tilde{W}_n(f) - \tilde{W}_n(-f)}{2} = 0.$$

Le componenti in fase e quadratura sono quindi incorrelate e la loro densità spettrale di potenza è mostrata in Fig. 2.

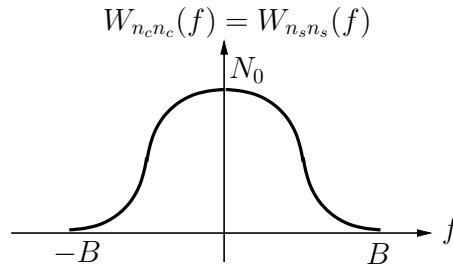


Figura 2:

2. Il segnale $x(t)$ ha potenza media

$$P_x = \sum_{\substack{k=-5 \\ k \neq 0}}^5 \left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{1}{10} \text{ V}^2$$

e banda $B = 5f_m = 10 \text{ kHz}$.

(a) Nel caso di modulazione DSB, il segnale modulato ha espressione

$$x_{DSB}(t) = A_0 x(t) \cos 2\pi f_0 t.$$

La banda occupata è $B_{DSB} = 2B = 20 \text{ kHz}$ e la potenza media trasmessa $P_{DSB} = A_0^2 P_x / 2 = 5 \text{ V}^2$.

(b) Nel caso di modulazione VSB, il segnale modulato ha espressione

$$x_{VSB}(t) = \frac{A_0}{2} x(t) \cos 2\pi f_0 t - \frac{A_0}{2} \mathcal{T}[x(t)] \sin 2\pi f_0 t$$

dove $\mathcal{T}[x(t)]$ è un'opportuna trasformazione di $x(t)$. Lo spettro del segnale modulato è mostrato in Fig. 3. La banda del segnale VSB è quindi $B_{VSB} = 12 \text{ kHz}$ e la potenza media può calcolarsi come la somma delle ampiezze al quadrato delle componenti del segnale VSB:

$$P_{VSB} = 8 \left(\frac{A_0}{20}\right)^2 + 2 \left(\frac{3A_0}{80}\right)^2 + 2 \left(\frac{A_0}{80}\right)^2 = 2.3125 \text{ V}^2.$$

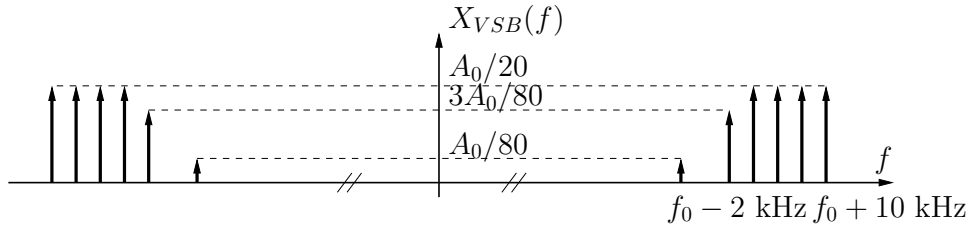


Figura 3:

(c) Nel caso di modulazione FM, il segnale modulato ha espressione

$$x_{FM}(t) = A_0 \cos(2\pi f_0 t + 2\pi f_\Delta \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau).$$

La banda occupata è $B_{FM} = 2(f_\Delta + 2B) = 240$ kHz e la potenza media trasmessa $P_{FM} = A_0^2/2 = 50$ V².

3. Il segnale modulato ha espressione

$$x_{NBPM}(t) \simeq A_0 \cos 2\pi f_0 t - A_0 \phi_\Delta x(t) \sin 2\pi f_0 t$$

la cui trasformata di Fourier è

$$X_{NBPM}(f) = \frac{A_0}{2} \delta(f - f_0) + \frac{A_0}{2} \delta(f + f_0) - \frac{A_0 \phi_\Delta}{2j} X(f - f_0) + \frac{A_0 \phi_\Delta}{2j} X(f + f_0).$$

(a) Gli spettri di ampiezza e fase del segnale modulato sono mostrati in Fig. 4 (con riferimento alle sole frequenze positive). La banda del segnale è quindi $B_{NBPM} = 2B$.

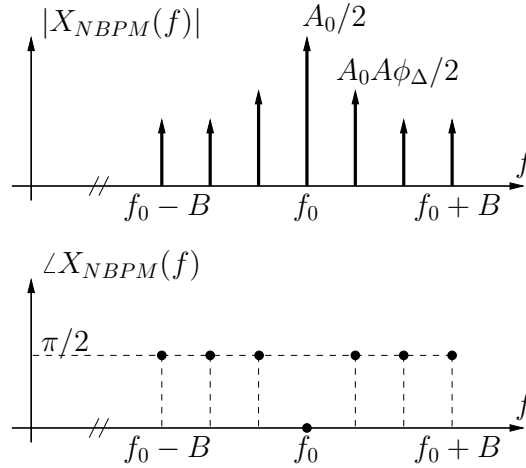


Figura 4:

(b) Il ricevitore deve semplicemente estrarre la componente in quadratura ed è mostrato in Fig. 5. Il filtro $H_1(f)$ è un filtro passa banda di banda $B_{NBPM} = 2B$ intorno alla frequenza f_0 , mentre il filtro $H_2(f)$ è un filtro passa basso di banda B . Poiché un'attenuazione di 3 dB corrisponde ad un dimezzamento della potenza trasmessa, all'ingresso del ricevitore è

$$S_i = \frac{1}{2} \frac{A_0^2}{2} = 25 \text{ V}^2$$

ed inoltre

$$N_i = \frac{N_0}{2} 2B_{NBPM} = N_0 B_{NBPM} = 2N_0 B.$$

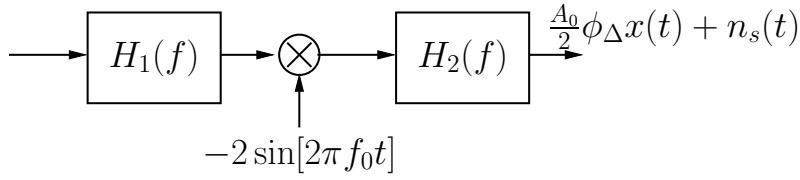


Figura 5:

È quindi

$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{A_0^2}{8N_0B} = 10 \quad (10 \text{ dB}) .$$

All'uscita del ricevitore si ha il segnale (tenendo conto che il dimezzamento di potenza equivale ad una attenuazione di $\sqrt{2}$ sull'ampiezza) $\frac{A_0}{\sqrt{2}}\phi_{\Delta}x(t) + n_s(t)$. Poiché la componente in quadratura del rumore ha densità spettrale di potenza N_0 , è

$$\begin{aligned} S_u &= \frac{A_0^2}{2}\phi_{\Delta}^2 P_x \\ N_u &= 2N_0B \end{aligned}$$

e quindi

$$\frac{S_u}{N_u} = \frac{A_0^2\phi_{\Delta}^2 P_x}{4N_0B} = 1 \quad (0 \text{ dB}) .$$